PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 16. 15. August 1908. 9. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 17 am 18. August 1908.

INHALT.

Originalmitteilungen:

W. Ritz, Über ein neues Gesetz der Serienspektren. S. 521.

K. Uller, Die Energiewanderung im permanenten elektromagnetischen Felde gemäß dem Theorem von Poynting. S. 529.

M. Wien, Bemerkung zu der Arbeit des Herrn Macků: „Über die Bestimmung der Dämpfung von Kondensatorschwingungen bei beliebig enger induktiver Koppelung". S. 537.

H. W. Schmidt, Über die Strahlenverteilung an radioaktiven Körpern. S. 537.

A. Bestelmeyer, Positive Elektronen? S. 541.

Vorträge und Reden:

J. J. Thomson, Die Beziehung zwischen Materie und Äther im Lichte der neueren Forschungen auf dem Gebiete der Elektrizität. S. 543.

Besprechungen:

J. J. C. Müller, Wärmelehre. S. 550.

S. Herzog, Elektromechanische Anwendungen. S. 550.

Berichtigung. S. 551.

Tagesereignisse. S. 551.

Personalien. S. 552.

Gesuche. S. 552.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über ein neues Gesetz der Serienspektren.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von W. Ritz.

Im folgenden soll gezeigt werden, daß man aus bekannten Spektralserien eines Elements neue Serien ableiten kann, durch welche insbesondere fast sämtliche neuerdings von Lenard, Konen und Hagenbach, Saunders, Moll, Bergmann u. a. in den Alkalien entdeckten Serien und Linien genau dargestellt werden — ohne Hinzuziehung irgendeiner neuen Konstanten. Auch auf andere Spektren, insbesondere *He* und die Erdalkalien, findet das neue Kombinationsprinzip Anwendung. Es ergeben sich nähere Beziehungen zum Atomgewicht, als bisher bekannt war, und die Gesamtheit dieser neuen Relationen erleichtert die Auffindung der Serien bei Elementen, wo sie noch nicht bekannt sind.

Die von mir[1]) aufgestellte Serienformel lautet in ihrer zweckmäßigsten Form:

$$(1) \qquad \nu = A - \frac{N}{[m + \alpha + \beta(A-\nu)]^2}, \qquad N = 109675{,}0$$

wo ν die auf Vakuum bezogene reziproke Wellenlänge ist, fünfstellig geschrieben; N eine universelle Konstante, m die Ordnungszahl[2]) der Linie, A die Grenze der Serie, $\alpha\beta$ Konstanten. Für kleine m kann ν negativ werden; dies muß natürlich beim Glied $\beta(A-\nu)$ berücksichtigt werden. Dies läßt sich auch schreiben:

$$(2) \qquad \nu = A - \frac{N}{\left[m + \alpha + \frac{\beta N}{m^2} - \frac{2\alpha\beta N}{m^3} + \cdots\right]^2}.$$

Die Konstanten $\alpha\beta$ charakterisieren den Verlauf der Serie; sie sind für zwei Serien von Paaren mit konstanten Differenzen Δ identisch[3]), da man beim Übergang von der ersten zur zweiten ν mit $\nu + \Delta$, A mit $A + \Delta$ zu vertauschen hat, so daß Δ aus der Formel herausfällt. Wir setzen abkürzend:

$$(3) \qquad (m, \alpha, \beta) = \frac{N}{\left[m + \alpha + \frac{\beta N}{m^2} - \frac{2\alpha\beta N}{m^3} + \cdots\right]^2}.$$

Die Konstanten α, β mögen für die Paare der ersten Nebenserie (diffuse Serie, nach Rydbergs Bezeichnung) die Werte d, δ haben; für die der zweiten Nebenserie (scharfe Serie) die Werte s, σ; für die der Hauptserie (Prinzipalserie) die Werte $p_1 \pi_1$, resp. $p_2 \pi_2$, $(p_1 > p_2)$. Es ist (loc. cit. S. 291) $\pi_1 = \pi_2$ sehr angenähert. Besitzt die erste Nebenserie einen Satelliten, welcher mit der einen Hauptlinie konstante Differenzen aufweist, so kommt der zweiten Hauptlinie (mit größerem λ) ein anderes Wertsystem d', δ' zu, wobei wieder angenähert $\delta = \delta'$ ist.

Das System von Hauptserie, erster und zweiter Nebenserie läßt sich nun (loc. cit. S. 291) durch das Gleichungssystem (5) darstellen.

$$(5) \qquad \begin{cases} \text{Hauptserie:} & \pm\nu = \begin{cases} (1{,}5,\ s,\ \sigma) - (m,\ p_1,\ \pi_1) \\ (1{,}5,\ s,\ \sigma) - (m,\ p_2,\ \pi_2) \end{cases} & \begin{matrix} \text{kleineres } \lambda, \ m = 2,\ 3,\ 4 \ \ldots \\ \text{größeres } \lambda \end{matrix} \\ \text{2. Nebenserie:} & \pm\nu = \begin{cases} (2,\ p_1,\ \pi_1) - (m,\ s,\ \sigma) \\ (2,\ p_2,\ \pi_2) - (m,\ s,\ \sigma) \end{cases} & \begin{matrix} \text{größeres } \lambda, \ m = 1{,}5,\ 2{,}5,\ 3{,}5 \ \ldots \\ \text{kleineres } \lambda \end{matrix} \\ \text{1. Nebenserie:} & \pm\nu = \begin{cases} (2,\ p_1,\ \pi_1) - (m,\ d,\ \delta) \\ (2,\ p_2,\ \pi_2) - (m,\ d,\ \delta) \\ (2,\ p_2,\ \pi_2) - (m,\ d',\ \delta') \end{cases} & \begin{matrix} \text{Hauptlinie, größeres } \lambda \\ \text{Satellit} \quad m = 3,\ 4,\ 5 \ \ldots \\ \text{Hauptlinie, kleineres } \lambda. \end{matrix} \end{cases}$$

1) W. Ritz, Ann. d. Physik **12**, 264, 1903 (Inaug.-Diss.).

2) Diese Zahl habe ich noch näher durch die Festsetzung $|\alpha| < 0{,}5$ definiert. Eine Änderung der Numerierung könnte sonst durch eine entsprechende Änderung von α immer kompensiert werden.

3) Die entgegengesetzte Behauptung von H. Hermann (Diss. Tübingen 1904, S. 27) entbehrt jeden Grundes.

Der konstante Abstand der Dubletts ist $(2, p_2, \pi_2) - (2, p_1, \pi_1)$.

Auf Grund des vorliegenden Beobachtungsmaterials läßt sich nun zeigen:

1. Ersetzt man in der Gleichung der Hauptserien 1,5 durch die größeren Zahlen 2,5, 3,5 ...., ferner in denjenigen der Nebenserien 2 durch die größeren Zahlen 3, 4, 5 ...., so ergeben sich neue Linien, die in vielen Fällen beobachtet sind, so daß man obige Gleichungen mit zwei unbestimmten Ordnungszahlen m, n schreiben kann, wie schon Rydberg vermutete.

2. Für jedes Symbol (m, α, β) besteht eine kleinste Zahl m (nämlich 3 für die erste Nebenserie, 1,5 für die zweite bei der von mir loc. cit. benutzten Numerierung), welche der Grundlinie entspricht; gibt man m noch kleinere Werte, so sollte man eine noch kräftigere Linie erwarten; in Wirklichkeit wird diese Linie nicht beobachtet. Für die Ordnungszahl $n = 2$ der ersten Nebenserie habe ich schon a. a. O. nachgewiesen, daß sie in keinem Spektrum einer wirklichen Linie entspricht, soweit die Beobachtungen reichen.[1])

3. Bildet man aus diesen Symbolen die neue Kombination

$$\nu = (1{,}5, s, \sigma) - (3, d, \delta),$$

so erhält man eine (wenig intensive) Linie, die bei *He*, *K*, *Rb* beobachtet ist, bei *Cs* und den Erdalkalien ins Infrarot fällt.

4. Auch die Kombination

$$\nu = (2, p_1, \pi_1) - (m, p_1, \pi_1),$$
$$\nu = (2, p_2, \pi_2) - (m, p_2, \pi_2)$$

ist nachweisbar.

5. Bildet man ferner

$$(3, d, \delta) - (m, p_1 - p_2, \pi_1 - \pi_2), \quad m = 4, 5, 6 \ldots,$$

so ergeben sich die von Bergmann[2]) gefundenen ultraroten Serien von *K*, *Rb*, *Cs*, und die entsprechenden von *Li*, *Na*, *He*, die unbekannt waren. Bei *Rb*, *Cs* besitzt die erste Nebenserie einen Satelliten, und man hat dementsprechend noch eine zweite Serie

$$\nu = (3, d', \delta') - (m, p_1 - p_2, \pi_1 - \pi_2),$$

die in der Nähe der ersten verläuft und gegen diese konstante Differenzen aufweist, was von Bergmann und Saunders in der Tat bei *Cs* beobachtet ist, während bei *Rb* die Linien nicht getrennt werden konnten. Für das Symbol $(m, p_1 - p_2, \pi_1 - \pi_2)$ ist $m = 4$ die Fundamentzahl; $\pi_1 - \pi_2$ angenähert gleich Null.

6. Es existieren endlich die Kombinationen $\nu = (2, p_i, \pi_i) - (m, p_1 - p_2, \pi_1 - \pi_2)$ und

7. $\nu = (4, p_1 - p_2, \pi_1 - \pi_2) - (m, p_1 - p_2, \pi_1 - \pi_2)$.

Bei allen Kombinationen kann man zweifellos die Ordnungszahlen beider Glieder erhöhen; die entsprechenden Linien sind aber meist zu schwach, um wahrgenommen zu werden.

Bei den Erdalkalien fehlen ausgedehnte Untersuchungen über das infrarote Gebiet, wie sie bei den Alkalien vorliegen, und die Hauptserien sind nicht beobachtet, so daß eine Prüfung des Kombinationsprinzips in dem bisher besprochenen Sinn zunächst noch unterbleiben muß. Daß es aber auch hier gültig bleibt, zeigen folgende Umstände:

Bei Triplettserien mit zwei Satelliten in der 1. Nebenserie hat man noch die neuen Symbole (m, p_3, π_3), (m, d'', δ''), wobei $p_1 > p_2 > p_3$ ist, einzuführen. Da $\pi_1 - \pi_2$, $\delta - \delta''$ bei den Alkalien angenähert Null sind, erhält man $p_1 - p_2$, $p_2 - p_3$, angenähert aus den Grenzen der Nebenserien, wenn man diese in der Form $\frac{N}{K_i^2}$, $i = 1, 2, 3$ schreibt, und $p_1 - p_2 = K_1 - K_2$, usw. setzt (wobei $\pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = 0$ angenommen wird). Es ist $p_1 - p_2$ etwa doppelt so groß wie $p_2 - p_3$, und die beiden Schwingungszahldifferenzen, die Rydberg mit ν_1, ν_2 bezeichnet, lassen sich schreiben:

$$\nu_1 = (2, p_2 \pi_2) - (2, p_1 \pi_1);$$
$$\nu_2 = (2, p_3 \pi_3) - (2, p_2 \pi_2).$$

Bekanntlich schwankt der Quotient von ν_1 durch das Quadrat des Atomgewichts μ innerhalb einer Gruppe chemisch verwandter Elemente nicht sehr; dagegen schwankt er von Gruppe zu Gruppe beträchtlich, von 31,6 bei *Cs* bis 187,0 bei *Tl*. Da ν_1 einen komplizierten Ausdruck hat, ist dies zu erwarten; wir führen besser die Größe $\frac{p_2 - p_1}{\mu^2}$ an Stelle von $\frac{\nu_1}{\mu^2}$ ein; ihre Schwankung ist viel geringer:

$\frac{\nu_1 10^3}{\mu^2}$ [1])	*Na*	*K*	*Rb*	*Cs*	*Cu*	*Ag*
	32,3	37,8	32,3	31,6	61,8	79,0
	Mg	*Ca*	*Sr*	*Zn*	*Cd*	*Hg*
	68,8	66,1	51,5	91,0	93,2	115,4

$\frac{(p_2 - p_1) 10^5}{\mu^2}$	*Na*	*K*	*Rb*	*Cs*	*Cu*	*Ag*
	0,142	0,189	0,180	0,186	0,186	0,242
	Mg	*Ca*	*Sr*	*Zn*	*Cd*	*Hg*
	0,146	0,177	0,157	0,172	0,186	0,223

$\frac{\nu_1 10^3}{\mu^2}$ [1])	*Al*	*In*	*Tl*	*He*
	152,8	172,1	187,0	63,8

1) W. Ritz, diese Zeitschr. **9**, 244, 1908; Ann. d. Physik **25**, 660, 1908.

2) A. Bergmann, Beiträge zur Kenntnis der ultraroten Emissionsspektren der Alkalien. Inaug.-Diss. Jena 1907. Die Differenz der Grenzen dieser Serie gegen die der ersten Nebenserie ist nach dieser Formel gleich der Grundlinie der ersten Nebenserie, wie Herr Runge (diese Zeitschr. **9**, 1, 1908) gefunden hat. Daß es sich nicht um eine zur ersten Nebenserie gehörige Hauptserie handelt, wie Herr Runge zuerst vermutete, habe ich schon hervorgehoben (diese Zeitschr. **9**, 245, 1908).

1) Die Zusammenstellung ist von Rydberg, Rapports du Congrès etc., Bd. II, Paris 1900.

$\frac{(p_2 - p_1)10^5}{\mu^2}$ 0,248 0,292 0,327 0,204

Dabei dürfte die noch bestehende Schwankung zum Teil von der Unvollkommenheit der Serienformel, vor allem aber von der Vernachlässigung von $\pi_1 - \pi_2$ herrühren, die bei hohen Atomgewichten sicher einen größeren Fehler bewirkt. Die Kenntnis der Hauptserien würde erlauben, dies zu entscheiden.

Ferner gelang es, bei *Ca*, *Sr*, *Ba* die Gleichung der zweiten Nebenserie für die starken, ultravioletten Paare der Erdalkalien, für welche die Differenz der Schwingungszahlen ν_1' etwa doppelt so groß wie ν_1 ist, aufzustellen, und aus den Grenzen dieser Serien die entsprechende Differenz der konstanten p_i zu bilden; die Differenz unterscheidet sich von derjenigen der Triplettserien nur um ca. 15 Proz; bei exakter Berechnung (es war $\pi_1 - \pi_2 = 0$ gesetzt, da die Hauptserie ins Gebiet der Schumannschen Strahlen fällt und nicht beobachtet ist) würden wohl beide Größen einander gleich, was dem Kombinationsprinzip der Konstanten entspricht.

Endlich sind bei *Ca*, *Sr* neuerdings Nebenserien engerer Tripletts gefunden worden, aus deren Grenzen sich wieder Differenzen $p_1' - p_2'$, $p_2' - p_3'$ bilden lassen. Innerhalb derselben Genauigkeitsgrenze zeigte sich, daß sie mit den aus den Hauptlinien der ersten Nebenserie berechneten Konstanten $d - d'$, $d' - d''$ resp. gleich sind, so daß hier eine neue Kombination vorliegt.

Diese Umstände zeigen, daß man in manchen Fällen mit Vorteil an Stelle der Wellenzahlen die Konstanten der Formeln in Betracht zieht. Bei einer definitiven, exakten Formel würde dies in noch erhöhtem Maße der Fall sein.

In den Erdalkalien sind Doppellinien mit den Abständen ν_1, Tripletts mit den Abständen ν_1, ν_2 außerhalb der Serien noch mehrfach beobachtet. Solche Tripletts sind nach dem Kombinationsprinzip in der Tat dann und nur dann zu erwarten, wenn die $(2\, p_i\, \pi_i)$ mit irgendeiner Größe $(m\ \alpha\ \beta)$ verbunden werden; sie müssen somit zu Serien gehören, die an denselben Stellen endigen, wie die schon bekannten Nebenserien, enthalten aber offenbar nur wenig Glieder, die intensiv genug sind, um beobachtet zu werden, und dürften sich sogar häufig auf ihre Fundamentallinie beschränken.

Es ist bekannt, daß bei wachsendem Atomgewicht oder Siedepunkt die Serien immer rascher abklingen, so daß nur die den niedrigsten Ordnungszahlen entsprechenden Linien beobachtet werden. Andererseits nimmt die Zahl der verschiedenen Serien zu; neben den Triplettserien zeigt z. B. *Mg* Serien von Doppellinien und von einfachen Linien, und es wächst die Anzahl der Kombinationen. Man gelangt so schließlich zu einem Spektrum, in welchem eine große Anzahl charakteristischer, konstanter Differenzen, aber keine Serien wahrnehmbar sind. Es scheint mir sehr wahrscheinlich, daß die sog. Spektren zweiter Art, welche diesen Charakter aufweisen, Serienspektren mit zahlreichen Kombinationen und sehr wenig entwickelten Serien sind.

Die Berechnung einer Größe (m, α, β) setzt die Kenntnis der Grenze einer Serie voraus, in deren Formel sie eingeht. Diese Grenze läßt sich mit großer Genauigkeit bestimmen, außer wenn nur wenige unscharfe Linien beobachtet sind; sie ist auch ziemlich unabhängig von der noch vorliegenden Unsicherheit über die exakte Form der Seriengleichung. Daher die unten mitgeteilten Rechnungsergebnisse nur geringe Unsicherheit involvieren; bei den oben sub 1., 3., 4. angeführten Fällen hat man sogar ausschließlich Differenzen oder Summen beobachteter Wellenzahlen zu berechnen; hier ist die Sicherheit naturgemäß noch größer.

Dagegen lassen sich die in das Symbol $(m, p_1 - p_2, \pi_1 - \pi_2)$ eingehenden Konstanten um 20 Proz. variieren, ohne daß der Anschluß an die Beobachtung viel schlechter würde. Wegen der Kleinheit von $p_1 - p_2$, $\pi_1 - \pi_2$ ist nämlich der Einfluß dieser Konstanten relativ gering, diese Serien entfernen sich alle nur wenig von $A - \frac{N}{m^2}$; besonders bei *Li*, *Na* ist dies der Fall, während bei *K*, *Rb*, *Cs* die Beobachtungen zu ungenau sind, um einige Sicherheit zu gewinnen.

In einer kürzlich erschienenen Arbeit[1]) habe ich gezeigt, daß man Systeme einfachster Art angeben kann, deren Energie rein elektromagnetisch ist, und die die Balmersche Formel, die Seriengesetze, anomalen Zeeman-Effekte usw. ergeben. Die Schwingung

$$(6) \qquad \pm\nu = N\left[\frac{1}{4} - \frac{1}{m^2}\right]$$

wird durch das magnetische Feld von $m - 2$ aneinandergereihten Elementarmagneten hervorgebracht, die untereinander identisch sind. Ähnliches gilt bei andern Spektren. Höheren Ordnungszahlen entsprechen so gewissermaßen höhere magnetische Polymerisationen, die schließlich instabil werden, so daß die Linien mit wachsendem m sich verbreitern und immer schwächer werden. Auch stürmische Bewegungen, wie sie im elektrischen Funken stattfinden, sind der Stabilität ungünstig, daher die Serien im Funken bei kleineren Ordnungszahlen aufhören als im Bogen.

Das magnetische Feld im Atom kann bei

1) W. Ritz, Magnetische Atomfelder u. Serienspektren, Ann. d. Physik **25**, 660, 1908.

allen Spektren betrachtet werden als erzeugt durch zwei Pole entgegengesetzten Vorzeichens; jedes der zwei Glieder von $(m, \alpha, \beta) - (n, \alpha', \beta')$ stellt je den Einfluß eines Poles dar; jeder dieser Pole kann im Atom verschiedene Lagen annehmen, die z. B. bei Wasserstoff äquidistant auf einer Geraden liegen. Vertauschung dieser Lagen untereinander entspricht dem Kombinationsprinzip. Allgemeiner kann man wohl die Vermutung aussprechen, daß sich die einfachen Gesetze auf die Lagen dieser Pole im Atom beziehen.

Daß für die Ordnungszahl ein gewisses Minimum vorgeschrieben ist — was bei keinem bekannten Schwingungsvorgang stattfindet, besagt in dieser Vorstellungsweise nur, daß die Magnetpole durch die Struktur des Atoms in einer gewissen Minimalentfernung von dem im Innern des Atoms schwingenden Elektron gehalten werden, was recht plausibel ist.

Ich gehe zur Besprechung der einzelnen Spektren über.

Wasserstoff.

Nach einer brieflichen Mitteilung von Herrn F. Paschen hat H eine infrarote Linie $\lambda = 18751 + 2$; sie ist das Umfassungsglied der Serie

$$\nu = N\left[\frac{1}{3^2} - \frac{1}{m^2}\right], \quad m = 4, 5, 6,$$

die für $m = 4$ den Wert $\lambda = 18751{,}7$ ergibt, womit die Annahme, es sei die Balmersche Formel (6) mit zwei ganzen Zahlen zu schreiben,

$$\nu = N\left[\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right],$$

wohl als bewiesen zu betrachten ist.

Lithium.

Bei *Li* haben Hagenbach[1]), Hagenbach und Konen[2]), Saunders[3]) eine Reihe neuer Linien entdeckt, die eine Serie bilden. Im Infrarot hat A. Bergmann (loc. cit.) zwei Linien gemessen; endlich verdanke ich Herrn Paschen die gütige Mitteilung einiger vorläufiger Messungsergebnisse infraroter Linien der Alkalien.

Nach Analogie der übrigen Alkalien sollte man erwarten, daß die *Li*-Linien aus engen Paaren bestehen. Herr Hagenbach (loc. cit.) findet aber die rote *Li*-Linie (Grundlinie der Hauptserie) einfach, während er, wie auch Saunders, die Linie 4602 der ersten Nebenserie doppelt findet, wobei allerdings der Abstand doppelt so groß ist, als zu erwarten war. Die Linie 6103, deren Komponenten noch weiter auseinander liegen sollten, findet aber Saunders einfach, während Konen und Hagenbach auch bei ihr manchmal eine doppelte Umkehrung wahrnahmen, die sie in dem Sinne deuten, daß die Linie doppelt sei. Durch die folgenden Betrachtungen wird man aber zu einer andern Auffassung gedrängt. Nach der oben erwähnten Beziehung zu den Quadraten der Atomgewichte sollte $p_1 - p_2 = 0{,}00005$ sein. Über $\pi_1 - \pi_2$ läßt sich, nach Analogie der übrigen Alkalien nur sagen, daß es von ähnlicher Ordnung sei, nicht aber, daß es verschwinde. Nun ist[1]) $p = -0{,}04815$, $\pi = 0{,}0257$; setzt man etwa $p_1 = p$, $\pi_2 = \pi$, $p_2 = p + 0{,}00005$, $\pi_2 = \pi + 0{,}0002$, so kompensieren sich die Änderungen für die Grundlinie $m = 2$ der Hauptserie, die somit, ebenso wie die Nebenserien, einfach wird; während für größere m die Kompensation zwar nur eine teilweise ist, doch sind hier die Linien nur um einige Hunderstel Å.-E. voneinander entfernt, und somit nicht zu trennen. Bei dieser Annahme erklären sich sämtliche Beobachtungen aufs befriedigendste.

Denn bildet man zunächst die Kombination 5, also hier die Serie

$$\nu = 12202{,}6 - \frac{N}{\left[m - 0{,}00005 + \frac{0{,}0002}{m^2}\right]^2}, \qquad m = 4, 5, 6 \ldots.$$

(wobei die Zusatzglieder, bei den Genauigkeitsgrenzen der Beobachtung, belanglos sind), so ergibt sich für $m = 4$, $\lambda = 18693{,}7$ [18694 nach einer ersten, 18698 nach einer zweiten Messung von F. Paschen]; $m = 5$, $\lambda = 12791{,}5$ [Paschen: 12784 ± 10]. Weitere Glieder sind nicht beobachtet. Es entspricht diese Serie den Bergmannschen Serien von *K*, *Rb*, *Cs*.

Die Formel $(2, p_1, \pi_1) - (m, p_1 - p_2, \pi_1 - \pi_2)$ entspricht einer Serie, die parallel der vorigen verläuft, und deren Linien, da d, δ, $p_1 - p_2$, $\pi_1 - \pi_2$ bei *Li* alle sehr klein sind, in unmittelbarster Nähe der Linien der ersten Nebenserie liegen. Berechnet man für letztere die Größe $\alpha + \beta(A - \nu) = \sqrt{\frac{N}{A - \nu}}$, so muß sie, nach Analogie der übrigen Alkalien, negativ sein und dem absoluten Wert nach mit m wachsen. Für $m = 3$ ergibt sich $-0{,}00204$; für $m = 4$ nach der ursprünglichen Messung 4602,37 von Kayser und Runge $-0{,}00147$, während die neuen Messungen von Hagenbach 4603,04 und Saunders 4603,2 ergeben $-0{,}00243$ resp. $-0{,}00326$. Es ist also die eine Linie 4603

1) A. Hagenbach, Ann. d. Physik **9**, 729, 1902.
2) Diese Zeitschr. **4**, 592, 801, 1903.
3) Astrophys. Journ. **20**, 188, 1904.

1) In meiner Inaug.-Diss. (loc. cit.) sind irrtümlicherweise für die Konstanten von *Li* die allerdings nur wenig abweichenden Ergebnisse einer vorläufigen Berechnung mitgeteilt. Die Grenze der Hauptserie ist 43484,7 [statt 43482,8], die der Nebenserien 28581,6; $s = 0{,}09934$; $\sigma = -0{,}02210$. Die Grundlinie der ersten Nebenserie ist $\nu = 16379{,}0$, somit $(3, d, \delta) = 28581{,}6 - 16379{,}0 = 12202{,}6$.

des Paares die Linie der ersten Nebenserie. Die zweite Linie entspricht $(2, p_1, \pi_1) - (m, p_1 - p_2, \pi_1 - \pi_2)$, $m = 4$, $\lambda = 4601{,}32$ [2,00 Hag., 1,6 S.]. Für $m = 3$ berechnet man 6097,56, eine Linie, die sicher fehlt, da sie viel zu weit von 6103,77 entfernt ist, um bei der Erklärung der oben erwähnten doppelten Umkehr in Frage zu kommen. Es ist also in $(m, p_1 - p_2, \pi_1 - \pi_2)$ die Ordnungszahl 4 die Fundamentalzahl, wie sich noch vielfach bestätigen wird. Bei $m = 5$ ist eine Trennung von der ersten Nebenserie nicht mehr möglich.

Bilden wir endlich die parallel der Hauptserie verlaufende Serie

$$\nu = (2, p, \pi) - (m, p, \pi),$$

deren Grenze gleich der der Nebenserien ist, und die man einfach durch Bildung der Differenzen der Schwingungszahlen der Hauptserie gegen deren Grundlinie berechnet, so erhalten wir die von Konen und Hagenbach gefundene Serie von Linien: $m = 3$, $\lambda = 6240{,}0$ (6240,8 K. H.; 6240,3 S.), $m = 4$, $\lambda = 4636{,}05$ [,14 H.; ,04 H. K.; ,3 S.], $m = 5$, $\lambda = 4146{,}8$ [4149,1 K. H.; 48,2 S. sehr diffus), $m = 6$, $\lambda = 3922{,}50$ [3924, K. H.: 3921,8 S.].

Damit sind alle bis jetzt bekannt gewordenen neuen *Li*-Linien aufgenommen. Herr Paschen findet noch 17563 und 12209, Linien, die noch unsicher bestimmt sind; sie dürften den Kombinationen

$$(3, p, \pi) - (4, d, \delta), \quad \lambda = 17549,$$
$$(3, p, \pi) - (5, d, \delta), \quad \lambda = 12236$$

entsprechen, die wir, ebenso wie alle andern Kombinationen, bei *Na* wieder finden werden. Man beachte, daß hierbei nicht eine einzige neue Konstante gebraucht ist.

Natrium.

Das Spektrum von *Na* ist, außer von den schon oben genannten, im sichtbaren Teil von Lenard[1]), im Infrarot bis 4,5 μ von Moll[2]), untersucht worden.

Aus $(3, d, \delta) - (m, p_1 - p_2, \pi_1 - \pi_2)$ ergeben sich die Linien ($m = 4$), $\lambda = 18460$ (Paschen 18459,5), $m = 5$, $\lambda = 12679$ (Paschen 12674,5, Messung unsicher). Die nächste Linie 10838 ist bis jetzt nicht beobachtet, weil zu schwach. Aus $(2, p_1, \pi_1) - (m, p_1 - p_2, \pi_1 - \pi_2)$ und $(2, p_2, \pi_2) - (m, p_1 - p_2, \pi_2 - \pi_2)$, $p_1 - p_2 = 0{,}00074$ (Serie von Doppellinien) berechnet man für $m = 4$ das Paar $\lambda = 5675{,}74$, 5670,00. Dies ist das schon von Kayser und Runge beobachtete, nach Violett abschattierte Paar 5675,92, 5670,40; die Grenze der Nebenserien, die in die Rechnung eingeht, läßt sich hier nur bis auf 2 oder 3 Einheiten der 5. Stelle sicher angeben, die Abweichung von der Beobachtung bleibt innerhalb dieser Grenzen. Daß diese Auffassung des nach Violett abschattierten Paares die richtige sei, ergibt sich auch durch die Analogie von *Cu*, *Tl*, wo bei $m = 4$ der ersten Nebenserie ein solches Paar beobachtet ist, das durch eine entsprechende Formel dargestellt wird (s. unten). Ferner erhält man für $m = 5$, 4977,75 und 4973,50 [4976,1, 4973,0 K. H.; 4975,0 S., unscharf]; $m = 6$, 4666,00, 4662,30 [4665,2 K. u. R., koinzidiert mit einer Linie der ersten Nebenserie; 4660 K. u. H.; 4660,2 S.]; $m = 7$, 4496,4, 4492,9 (zu nahe bei der ersten Nebenserie, nicht mehr beobachtet). Für $m = 3$ ergibt sich 8140; das Paar ist nicht beobachtet, ebensowenig wie die entsprechenden von *Cu*, *Tl*; dies ist zu erwarten, wenn $m = 4$ die Fundamentalzahl für $(m, p_1 - p_2, \pi_1 - \pi_2)$ ist.

Wie bei *Li* bilden wir ferner $(2, p_1, \pi_1) - (m, p_1 \pi_1)$, $(2, p_1 \pi_2) - (m, p_2, \pi_2)$, und erhalten die schon von Lenard, Konen und Hagenbach bemerkte Serie unscharfer Linienpaare mit nahezu konstanten Differenzen: $m = 3$, 7517,3, 7510,8 (wohl wegen geringer Intensität und ungünstiger Lage bisher nicht wahrgenommen); $m = 4$, 5533,10, 5527,80 [5531,7 K. u. H.; 5532,7 S.; 5527,1 K. u. H.; 28,2 S.]; $m = 5$, 4919,2, 4915,1 [4913,5 K. u. H.; 4918,4 S.; 4910,1 K. u. H.; 4914,0 S.]; $m = 6$, 4635,6, 4631,9 [33,1 K. u. H.; 29,5 S.; 29,4 K. u. H.; 25,5 S.]; $m = 7$, 4477,9, 4474,4 [4470 Lenard; 4472,5 S., nicht getrennt wegen zu großer Unschärfe]; $m = 8$, 4380,8, 4377,5 [4372 S.]. Die Linien, besonders die letzten, sind so unscharf, daß die Abweichungen, wie schon aus dem Vergleich der Messungen verschiedener Beobachter hervorgeht, innerhalb der möglichen Beobachtungsfehler liegen.

Auch die Kombinationen $(3, p_i, \pi_i) - (4, d, \delta)$, $i = 1,2$ existieren, die aus der Formel der ersten Nebenserie durch Erhöhung der Ordnungszahl des ersten Gliedes entspringen: es findet sich $\lambda = 23378$, 23346 (Paschen 23377, vielleicht doppelt, Fehler bis 20 A.-E. möglich). Das nächste Paar ($m = 5$) wäre 1,475 μ, 1,476 μ; Moll hat eine schwache, daher wenig genau bestimmte Linie bei 1,44. Ob sie dem fraglichen Paar entspricht, bleibt zweifelhaft.

Ebenso kann man zur zweiten Nebenserie die Parallelserie $(3, p_i, \pi_i) - (m_i, s, \sigma)$, $i = 1,2$ bilden, deren erstes Glied ($m = 1, 5$) zur Hauptserie gehört, die weiteren ins Ultrarot fallen,

1) Lenard, Ann. d. Physik II, 636, 1903.

2) W. T. H. Moll, Inaug.-Diss., s. Proc. Amst. Acad. Wet. 26. Jan. 07. Die Wellenlängen hat M. nach den (voneinander etwas abweichenden) Dispersionsbestimmungen für Steinsalz von Rubens und Langley bestimmt. Nach F. Paschen (Ann. d. Physik, Mai 1908) ist die letztere die richtige und es sind daher die entsprechenden λ im Text benutzt. Die Wellenlängen sind bei kräftigen Linien im allgemeinen auf 0,01—0,02 μ genau, bei schwachen Linien kann der Fehler größer werden.

wo sie enge Paare bilden (Abstand = 5,5 für fünfstellig geschriebene Wellenzahlen); es sind: $m = 2{,}5$, 22080, 22053 (Paschen 22081, 22056); $m = 3{,}5$, 3,421 μ, 3,415 μ (Moll 3,42).

Endlich ergibt $(4, p_1 - p_2, \pi_1 - \pi_2) - (5, p_1 - p_2, \pi_1 - \pi_2)\ \lambda = 4{,}0492\,\mu$ (M. 4,06). Diese Kombination entspricht sowohl bei *Na* wie bei *K*, *Rb*, *Cs* der längsten von Moll gemessenen Wellenlänge. Wie immer, fehlen die den niederen Ordnungszahlen 2, 3 entsprechenden Linien, wodurch $m = 4$ als Grundzahl von $(m, p_1 - p_2, \pi_1 - \pi_2)$, wie oben schon bemerkt, sich ergibt.

Ebenso wird durch die Beobachtungen von Moll die Existenz einer Linie $m = 2$ der ersten Nebenserie und damit die entsprechende Hauptserie ausgeschlossen. Es ist also $m = 3$ die Grundzahl für (m, d, δ) [die Numerierung meiner oben zitierten Dissertation stimmt für die erste Nebenserie der Alkalien mit der von Kayser und Runge überein].

Die Kombination $(1{,}5, s, \sigma) - (3, d, \delta)$ ergibt $\lambda = 3426{,}9$ und ist nicht beobachtet; dagegen scheint $(2{,}5, s, \sigma) - (3, d, \delta)$, $\lambda = 2{,}913\,\mu$ von Moll (2,90) beobachtet; die Genauigkeit ist zu gering, um eine Entscheidung zu erlauben.

Nicht aufgenommen werden durch diese Formeln Lenards Linien 5100, 4820, 4730, die weder Konen und Hagenbach, noch Saunders gefunden haben; ferner zwei schwache Paare 7369,4, 7377,41, 7410,0, 7418,3, deren Abstand etwas kleiner ist als der normale Abstand 17,2, und von deren Zugehörigkeit zu *Na*, wenigstens für das zweite, Saunders nicht sicher ist; Lehmann führt sie nicht. Endlich hat Moll noch eine sehr schwache Linie 1,57 μ, die sich den Formeln nicht fügt. Die Zugehörigkeit dieser Linien zu *Na*, resp. ihr Zusammenhang mit den übrigen muß zweifelhaft bleiben.

Kalium.

Bei *K* haben sich für die im sichtbaren Teil verlaufenden neuen Serien von *Li*, *Na* bisher keine entsprechenden gefunden. Ramage hat zwar drei schwache, diffuse Linien 4829, 4767, 4638,6, die aber weder von Liveing und Dewar, noch von Saunders gesehen wurden. Dagegen findet sowohl letzterer, wie Ramage, eine schärfere Linie bei 4642,4 [.35 R., .5 S.], die sich in der Form $(1{,}5, s, \sigma) - (3, d, \delta)$ darstellen läßt; eine Kombination, die ich sonst nur bei *Rb* und *He* noch finden konnte. Es muß zweifelhaft bleiben, ob es sich hier wirklich um diese Kombination handelt, denn zur Berechnung von $(3, d, \delta)$ ist die Kenntnis der Grundlinie der ersten Nebenserie notwendig; dieselbe ist nur von Bergmann gemessen; man findet $(3, d, \delta) = 13462 \pm 8$ aus der einen Linie des Paares, und 13467 ± 8 aus der andern; die beiden Zahlen sollten identisch sein. Dagegen ist $(1{,}5, s, \sigma) = 35005{,}0$ genau bekannt; es findet sich $\nu = 35005 - 13465 = 21540 \pm 8$, $\lambda = 4641{,}2 \pm 2{,}0$, während beobachtet ist 4642,4. Ähnliches gilt bei *Rb*, nicht aber bei *Li*, *Na*. Um hier Sicherheit zu gewinnen, müßten wesentlich genauere Messungen vorliegen, wie wir sie bei *He* finden werden.

Die Grenze der Bergmannschen Serie $\nu = (3, d, \delta) - (m, p_1 - p_2\, \pi_1 - \pi_2)$ ist aus demselben Grund unsicher; diese Gleichung lautet, explizite geschrieben:

$$\nu = 13465 - \frac{N}{[m - 0{,}00284]^2} \pm 8$$

und ergibt $m = 4$, $\lambda = 15145 \pm 35$; $m = 5$, 11019; $m = 6$, 9598; $m = 7$, 8907; $m = 8$, 8508; während beob. ist 15168[1]), 11012 ± 10, 9590 ± 10, 8908 ± 10, 8500 ± 10.

Wie bei *Na* findet sich aus $(4, p_1 - p_2, \pi_1 - \pi_2) - (5, p_1 - p_2, \pi_1 - \pi_2)$, $\lambda = 4{,}045\,\mu$ (Moll 4,04).

Auch gibt

$(3, p_i, \pi_i) - (4, d, \delta)$, $i = 1{,}2$, $\lambda = 3{,}745$ und 3,720 (Moll 3,73)

$(3, p_i, \pi_i) - (3, d, \delta)$, $i = 1{,}2$, $\lambda = 3{,}160$ und 3,144 (Moll 3,14)

Moll hat noch 2,24, 2,76[2]), schwache Linien, deren Einordnung zweifelhaft bleibt.

Rubidium.

Bei *Rb* findet Bergmann für das Paar $n = 3$ der ersten Nebenserie 15410, 14830, wobei jedoch, wie bei der *K*-Linie 15282, die Dispersionsformel des Apparats von $\lambda = 13600$ an extrapoliert ist. Korrigieren wir nach der obigen Messung der *K*-Linie von Paschen durch lineare Interpolation von 13600 aus, so ergibt sich 15265, 14727, wobei nun auch die Differenz der Schwingungszahlen 239 besser mit der konstanten Differenz 237,0 übereinstimmt, während sie nach B. 254 war. Dies ergibt $(3, d, \delta) = 14327$, und da $p_1 - p_2 = -0{,}01296$, $\pi_1 - \pi_2 = 0$, so gibt die Formel $(3, d, \delta) - (m, p_1 - p_2, \pi_1 - \pi_2)$ die Linien der Bergmannschen Serie:

$m = 4$, $\lambda = 13459$ [B. 13442]; $m = 5$, $\lambda = 10082$ [B. 10069]; $m = 6$, 8874 [B. 8872], $m = 7$, 8276 [B. 8271]. Die Differenzen bleiben innerhalb B.s Beobachtungsfehler.

Ferner ist $(4, d, \delta) - (5, p_1 - p_2, \pi_1 - \pi_2) = 3573$, $\lambda = 2{,}799$ (Moll 2,80). Weitere Kom-

1) Nach vorläufigen Messungen von F. Paschen. Bergmann gibt 15282, eine Zahl, die er jedoch durch Extrapolation erhält und die um 114 zu groß ist.

2) Dürfte der Doppellinie *Na* 2,20 μ entsprechen; die Rechnung ergibt 2,715 und 2,702; es ist bei schwachen Linien wie diese wohl ein größerer Fehler in Molls Beobachtungen möglich.

binationen dieser Art fallen außerhalb des beobachteten Bereichs.

Die Kombination $(3, d, \delta) - (1{,}5, s, \sigma)$ ergibt $\lambda = 5164{,}7$, während Ramage eine nicht zu den Serien gehörende und weniger diffuse Linie bei 5165,35 hat, die vielleicht mit Lecoqs Linie $5162 \pm ?$ identisch ist. Er führt außerdem Linien bei 4967, 5037, 6306,8; Lehmann hat 8513,3; über die Beziehung dieser einfachen Linien zum System der Doppellinien habe ich keine Sicherheit erhalten können; ihre Zugehörigkeit zu *Rb* ist nicht ganz sicher, ebenso wie die der Linien 0,93, 1,11 von Moll, deren erste mit einer starken *Cs*-Linie, die zweite mit einer *K*-Linie koinzidiert.

Als längste Welle haben wir wieder $(4, p_1 - p_2, \pi_1 - \pi_2) - (5, p_1 - p_2, \pi_1 - \pi_2)$, $\lambda = 4{,}018$ (Moll 4,03). Endlich findet sich $(3, p_i, \pi_i) - (3, d_i, \delta)$, $\lambda = 2{,}255$, 2,295 (Moll 2,28).

Cäsium.

Die Grundlinien der ersten Nebenserie müssen nach den Serienformeln bei $3\,\mu$ liegen und kräftig sein; sie sind von Moll beobachtet: $\lambda = 3{,}00$, $\lambda = 3{,}51$; Differenz der Schwingungszahlen 480, während die normale Differenz 554 ist; dies erklärt sich aus dem Umstand, daß Moll die Hauptlinie, nicht aber den schwächeren Satelliten, welcher die konstante Differenz gibt, beobachtet hat. Die Abstände des Satelliten von der Hauptlinie sind nach Ramage und Saunders Beobachtungen ($n = 7$) 7,3, (6) 10,9, (5) 22,0, (4) 47,4, letzteres nach Lehmann, der die Hauptlinie bei 9171,9, den Satelliten bei 9211,9 gemessen hat; für $n = 3$ ergibt sich also aus Molls Beobachtung der Abstand $554 - 480 = 74$, der aber sehr unsicher und zu klein ist; denn die Zunahme von (5) zu (4) sollte bedeutend kleiner sein als die von (4) zu (3); der schwächere Satellit verschiebt das bolometrisch beobachtete Intensitätsmaximum nach seiner Seite hin, so daß 3,51 zu groß gemessen ist. Daraus ergibt sich $(3, d, \delta) = 16900 \pm 15$, $(3, d', \delta') < 16825$.

Die Bergmannsche Serie wird aus Doppellinien bestehen:

$$(3, d, \delta) - (m, p_1 - p_2, \pi_1 - \pi_2),$$
$$(3, d', \delta') - (m, p_1 - p_2, \pi_1 - \pi_2).$$

Wir setzen $(3, d, \delta) = 16906$, $(3, d', \delta') = 16809$, was durchaus innerhalb der Genauigkeitsgrenzen liegt, die bei obiger Festsetzung vorgeschrieben sind. Dann ergeben sich in Å.-E. die Fehler: $m = 4$, $+35$, $+30$ (Bergmann); $m = 5$, $+2{,}8$, $+2{,}5$ (Lehmann); $m = 6$, $+1{,}1$, $+1{,}0$; $m = 7$, $-1{,}6$, $-1{,}5$; $m = 8$, $-1{,}6$, $-1{,}5$; $m = 9$, $-2{,}3$, $-1{,}7$; $m = 10$, $+7{,}0$, $+1{,}6$.

Die Differenzen haben einen systematischen Gang, überschreiten jedoch nur wenig die möglichen Beobachtungsfehler, die bei Bergmann wohl auf 20 bis 30, bei Lehmann auf 4 bis 5, bei Saunders, welcher die übrigen Linien beobachtet hat, auf 1 Å.-E., und bei der letzten, sehr diffusen Linie auf viel mehr geschätzt werden können. Ob unsere Formel nur eine Annäherung darstellt, die, wie die übrigen Serienformeln, mit wachsendem Atomgewicht schlechter wird, muß dahingestellt bleiben.

Bei *Cs* haben wir die Möglichkeit, das Nichtvorhandensein der Linie $m = 3$ der Bergmannschen Serie zu konstatieren. Moll findet für die Linie $1{,}01\,\mu$, die der Ordnungszahl 4 entspricht, die Intensität 90. Die Linie $m = 3$, für die man $\lambda = 2{,}29$ und 2,24 berechnet, sollte intensiver sein. Zwischen $1\,\mu$ und $4{,}5\,\mu$ hat Moll außerhalb der schon bekannten Serienlinien nur 4 ganz schwache Linien (Int. 5 bis 10): 1,75, 2,08, 2,41, 3,97, wovon die zwei letzten anderen Kombinationen angehören. Die Linie $m = 3$ fehlt also sicher, $m = 4$ ist die Fundamentallinie, wie wir schon mehrfach geschlossen haben.

Wie bei *Rb* erhalten wir noch aus $(3, p_i, \pi_i) - (3, d, \delta)$ resp. $-(3, d', \delta')$ die Wellenlängen 1,3591, 1,3748 (Hauptlinien); 1,3930 (Satellit). Die erste fällt zusammen mit einer Linie der ersten Nebenserie (B. 1,3597), die zweite hat B. bei 1,377 beobachtet, der Satellit ist, wegen zu geringer Intensität, nicht beobachtet. Die Kombination $(3, p_i, \pi_i) - (4, d, \delta)$ resp. $(4, d', \delta')$ entspricht einer Linie von sehr großem λ; aber $(3, p_1, \pi_1) - (5, d, \delta)$ ergibt $\lambda = 2{,}425$ (Moll 2,41, schwach); die zwei anderen, schwächeren Linien sind nicht beobachtet.

Es folgt aus $(4, p_1 - p_2, \pi_1 - \pi_2) - (5, p_1 - p_2, \pi_1 - \pi_2)$ $\lambda = 3{,}960$ (Moll 3,97).

Es bleiben zwei sehr schwache Linien, 1,74, 2,08, und eine Linie von Ramage 5209, die Konen und Hagenbach nicht finden konnten, und daher als Verunreinigung betrachten.

$(1{,}5, s, \sigma) - (3, d, \delta)$ gibt $\lambda = 6900$ angenähert, welches vielleicht wegen ungünstiger Lage nicht beobachtet ist.

Kupfer.

Die Grenzen für die Nebenserie von *Cu* sind nicht sehr genau bestimmbar, weil nur wenig Glieder beobachtet sind; man berechnet 31523,3 und 31771,8, $p_2 - p_1 = 0{,}00740$, wobei $\pi_1 - \pi_2 = 0$ gesetzt ist, was angenähert erlaubt sein dürfte. Die Kombinationen $(2, p_i, \pi_i) - (4, p_1 - p_2, \pi_1 - \pi_2)$ ergeben bis auf einige Hundertstel Å.-E. das schwache, nach Violett abschattierte Paar 4015,8, 4056,8, genau wie bei *Na*. Höhere Glieder der Serie sind nicht gefunden. Bei *Tl* ist auch ein solches Paar beobachtet; hier kann allerdings $\pi_1 - \pi_2 = 0$ nur eine sehr rohe Annäherung sein, so

daß man das Paar mit einem Fehler von 25 bis 30 Å.-E. erhält.

Die Hauptserie von *Cu* ist ihrem Verlauf nach nicht bekannt, und Beobachtungen im Infrarot liegen nicht vor. Es ist dies daher die einzige Kombination, die wir zu berücksichtigen haben, mit Ausnahme von $(1,5, s, \sigma) - (3, d, \delta)$, welche fehlt.

Helium.

Im Spektrum von *He* fanden Runge und Paschen[1]) nur eine einzige Linie, die außerhalb der Serien blieb, 3809,22, und die sie infolgedessen einer Verunreinigung durch ein unbekanntes Gas zuschrieben. Sie gehört aber zum System der Doppellinien von *He*, und entspricht der Kombination $(1,5, s, \sigma) - (3, d, \delta)$, die sich schreiben läßt

$$[(1,5, s, \sigma) - (2, p_i, \pi_i)] + [(2, p_i, \pi_i) - (3, d, \delta)],$$

ihre Wellenzahl ist also gleich der Summe der Wellenzahlen der Grundlinien der Hauptserie und der ersten Nebenserie, wobei in beiden Serien die stärkere, oder in beiden die schwächere Komponente zu nehmen ist. Herr Paschen hat mir das Ergebnis einer genauen Messung der infraroten *He*-Linien freundlichst mitgeteilt; die stärkere Komponente der Grundlinie der Hauptserie ist danach $\lambda = 10830{,}44 \pm 0{,}2$; die Grundlinie der ersten Nebenserie ist 5875,870; die Wellenzahlen im Vakuum 9230,73 und 17014,13, ergeben als Summe 26244,86, während beobachtet ist 26244,78; der Fehler, 0,015 Å.-E., bleibt innerhalb der Fehlergrenzen. Damit ist, wie ich glaube, die Existenz dieser Kombination bei *He* über jeden Zweifel erhoben. Die entprechende Linie 5042,26 für das System einfacher Linien scheint dagegen nicht zu existieren.

Berechnet man auch hier die Linie $(3, d, \delta) - (4, p_1 - p_2, \pi_1 - \pi_2)$ für das System der Doppellinien von *He*, so ergibt sich $\lambda = 18680$; dabei ist $p_1 - p_2 = -0{,}00003$, und kann ebensogut $= 0$ gesetzt werden. Bei den einfachen Linien, als sehr enge Paare aufgefaßt, wäre ebenfalls $p_1 - p_2$, $\pi_1 - \pi_2$ gleich Null zu setzen; es wird $\lambda = 18687$. Bei $18687{,}5 \pm 0{,}5$ findet Herr Paschen eine Linie, von der sich bis jetzt nicht entscheiden ließ, ob sie doppelt sei; dann müßte 18680 erheblich schwächer sein. Weitere Linien sind vorläufig bei *He* nicht gefunden.

Die Erdalkalien.

Bei den Erdalkalien treten bekanntlich neben den Tripletts starke Paare auf mit konstanten Differenzen ν', die ungefähr das Doppelte der größeren Differenz ν_1 betragen. Wie Rydberg vermutete, und Runge und Paschen durch die magnetische Zerlegung der Linien bestätigt haben, gehören dieselben zu Serien, welche den Serien von Paaren der Alkalien durchaus entsprechen. Da nun das erste Glied der Hauptserie auch als erstes Glied der zweiten Nebenserie gelten muß, so kennt man von letzterer je zwei Glieder; in den ultravioletten Funkenspektren von *Ca*, *Sr*, *Ba* findet sich das nächste Glied, so daß die Serie berechnet und die Grenzen, wenn auch nicht sehr genau, angegeben werden können. Eine Kontrolle dafür, daß das ultraviolette Paar (bei *Sr*, *Ba* existiert nur ein einziges) wirklich zur zweiten Nebenserie gehört, liegt in den so berechneten Konstanten der Formel, die sich untereinander und den Konstanten bekannter Serien anschließen, während dies bei wesentlich veränderter Lage des dritten Paares nicht der Fall wäre. Eine direkte Bestätigung im magnetischen Feld oder durch Auffindung der folgenden Paare wäre allerdings erwünscht.

Die zur zweiten Nebenserie gehörenden Paare mit ihren Wellenzahlen im Vakuum sind durch die Tabelle gegeben.

1) C. Runge und F. Paschen, Astroph. Journ. Jan. 1896, S. 15.

Tabelle.

Ordnungszahlen:	1,5		2,5		3,5		
Mg	$\lambda = \begin{cases} 2795{,}63 \\ 2802{,}80 \end{cases}$ $\nu = \begin{cases} 35759{,}8 \\ 35668{,}3 \end{cases}$	$\lambda = \begin{cases} 2936{,}61 \\ 2928{,}74 \end{cases}$ $\nu = \begin{cases} 34043{,}1 \\ 34134{,}6 \end{cases}$	—	—	$\nu' = 91{,}5$
Ca	$\lambda = \begin{cases} 3933{,}83 \\ 3968{,}83 \end{cases}$ $\nu = \begin{cases} 25413{,}4 \\ 25190{,}6 \end{cases}$	$\lambda = \begin{cases} 3737{,}08 \\ 3706{,}18 \end{cases}$ $\nu = \begin{cases} 26751{,}5 \\ 26974{,}5 \end{cases}$	$\lambda = \begin{cases} 2208{,}95\ ^{1}) \\ 2198{,}03\ ^{1}) \end{cases}$ $\nu = \begin{cases} 45256{,}6 \\ 45481{,}5 \end{cases}$	$\nu' = 222{,}9$
Sr	$\lambda = \begin{cases} 4077{,}88 \\ 4215{,}66 \end{cases}$ $\nu = \begin{cases} 24515{,}7 \\ 23714{,}5 \end{cases}$	$\lambda = \begin{cases} 4305{,}60 \\ 4161{,}95 \end{cases}$ $\nu = \begin{cases} 23219{,}2 \\ 24020{,}5 \end{cases}$	$\lambda = \begin{cases} 2471{,}75\ ^{2}) \\ 2423{,}75\ ^{2}) \end{cases}$ $\nu = \begin{cases} 40445{,}2 \\ 41246{,}2 \end{cases}$	$\nu' = 801{,}3$
Ba	$\lambda = \begin{cases} 4554{,}21 \\ 4934{,}24 \end{cases}$ $\nu = \begin{cases} 21951{,}7 \\ 20261{,}1 \end{cases}$	$\lambda = \begin{cases} 4900{,}13 \\ 4525{,}19 \end{cases}$ $\nu = \begin{cases} 20402{,}0 \\ 22092{,}4 \end{cases}$	$\lambda = \begin{cases} 2771{,}51\ ^{3}) \\ 2647{,}41\ ^{3}) \end{cases}$ $\nu = \begin{cases} 36071{,}0 \\ 37761{,}8 \end{cases}$	$\nu' = 1690{,}5$
Ra	$\lambda = \begin{cases} 3814{,}58 \\ 4682{,}36 \end{cases}$ $\nu = \begin{cases} 26207{,}9 \\ 21350{,}9 \end{cases}$	$\lambda = \begin{cases} 5813{,}85 \\ 4533{,}33 \end{cases}$ $\nu = \begin{cases} 17195{,}6 \\ 22052{,}8 \end{cases}$	—	—	$\nu' = 4857{,}1$

1) Nach Eder u. Valenta, Beiträge zur Photochemie u. Spektralanalyse: Das Funkenspektrum von *Ca*. Wien 1904. Dieses Paar ist schon von Rydberg bemerkt worden.
2) Nach Exner u. Haschek, Wellenlängentabellen (Funkenspektren). Leipzig 1904.
3) Nach Kayser u. Runge; auch E. u. H. führen die Linien im Funkenspektrum.

Man berechnet bei *Ca*, *Sr*, *Ba* für die Grenzen A und A' und die Konstanten s, σ:

Ca $A = 60423{,}1$, $A' = 60646{,}0$,
$s = -0{,}90533$, $\sigma = +0{,}62397$;
Sr $A = 55028{,}7$, $A' = 55830{,}0$,
$s = -0{,}85464$, $\sigma = +0{,}66488$;
Ba $A = 49925{,}8$, $A' = 51616{,}3$,
$s = -0{,}76651$, $\sigma = +0{,}72693$.

Setzt man wieder in erster Annäherung $\pi_1 - \pi_2 = 0$, so ergibt sich daraus für $p_2 - p_1$:

Ca 0,00247, *Sr* 0,01017, *Ba* 0,02448,

während in den Triplettserien für $p_2 - p_1$ sich findet: *Ca* 0,00279, *Sr* 0,01184, *Ba* ?. Sie unterscheiden sich um etwa 15 Proz. von den ersteren, während die konstanten Differenzen etwa doppelt so groß sind. In der exakten Formel, und ohne die Vernachlässigung von $\pi_1 - \pi_2$, dürfte also wohl dieselbe Konstante für beide Differenzen maßgebend sein.

Auch die zwei Satelliten von *Ca*, *Sr* bilden mit der Hauptserie Tripletts, für deren Abstand die Größen $d - d'$, $d' - d''$ maßgebend sind. Man findet, indem man $\delta - \delta' = 0$, $\delta' - \delta'' = 0$ setzt, aus dem ersten Glied $m = 3$ der ersten Nebenserie:

1. daß $d - d'$ bei den Serien von Doppellinien und bei den Tripletts angenähert übereinstimmen. [Null bei *Mg*, 0,0007 bei *Ca*-Tripletts, 0,0006 bei den Dubletts, 0,00335 bei den *Sr*-Tripletts, 0,00339 bei den Dubletts.]

2. Bei *Ca*, *Sr* haben Fowler[1]) und Saunders[2]) Serien engerer Tripletts gefunden mit den konstanten Differenzen 21,2, 13,6 bei *Ca*; 100,3, 59,8 bei *Sr*. Berechnet man aus deren Grenzen die entsprechenden $p_1 - p_2$, so erhält man wieder 0,0007 bei *Ca*, 0,00362 bei *Sr*, Null bei *Mg*. Wieder wird man zum Schluß gedrängt, daß eine und dieselbe Konstante, also eine und dieselbe Ursache, diesen Differenzen zugrunde liegt. Die entsprechenden Differenzen der Schwingungszahlen variieren dagegen sehr stark: der Übergang zu den Konstanten unserer, wenn auch unvollkommenen Formel bringt also entschieden Gewinn.

Bei den Elementen der zweiten Mendelejeffschen Kolonne fehlt die Hauptserie, und zwar sollte das als Grundlinie der zweiten Nebenserie extrapolierte Triplett, welches zugleich Grundlinie der Hauptserie ist, nach meinen Rechnungen[3]) bei *Mg*, *Ca*, *Sr* nicht sehr weit ins Ultraviolett fallen; es müßte große Intensität besitzen, und die Differenzen ν_1, ν_2 in umgekehrter Reihenfolge aufweisen. Bei keinem dieser Elemente existiert aber ein Triplett von solcher Beschaffenheit; man kommt also zum Schluß, daß bei den von mir nach der willkürlichen Festsetzung $(s) < 0{,}5$ gewählten Ordnungszahlen die Grundzahl für das Symbol (m, s, σ) bei diesen Elementen 2,5 ist. Da jedoch bei andern Elementen 1,5 die Grundzahl ist, dürfte es empfehlenswert sein, die Ordnungszahlen in der zweiten Nebenserie der Erdalkalien um eine Einheit zu erniedrigen. Man erzielt dadurch auch den Vorteil, daß $-\sigma/s$, welches bei den Alkalien nur zwischen 0,42 und 0,349 schwankte, auch bei den Erdalkalien angenähert konstant bleibt, nämlich:

Mg 0,340, *Ca* 0,421, *Sr* 0,455, *Zn* 0,326, *Cd* 0,362, *Hg* 0,368 und analog *Tl* 0,377.

Demnach wäre das Triplett 2,5 der zweiten Nebenserie, nach der Numerierung meiner Inaug.-Dissertation, Grundlinie der Hauptserie bei diesen Elementen, und dieselbe würde weiter im Ultrarot und Rot verlaufen.

Göttingen, Juni 1908.

(Eingegangen 6. Juni 1908.)

1) Fowler, Astrophys. Journ. **21**, 81, 1905.
2) Saunders, ibid. S. 195.
3) W. Ritz, Inaug.-Diss., Ann. d. Phys. **12**, 302 ff., 1903.

Die Energiewanderung im permanenten elektromagnetischen Felde gemäß dem Theorem von Poynting.[1])

(Erste Mitteilung.)

Von Karl Uller.

Kapitel 1.

Die mit Energieumsetzungen verbundenen Wirkungen in die Ferne, die wir an veränderlichen Feldern wahrnehmen, sind uns, die wir unvermittelte Fernwirkungen ablehnen, unerklärlich, wenn wir nicht annehmen, daß die elektromagnetische Energie, wie eine Flüssigkeit, den Raum erfüllt und in ihm sich bewegt. Diese Vorstellung zwingt uns indessen, für die Größe der Energiedichte sowohl als auch für die Größe und Richtung des Energieflusses in jedem Feldpunkte je einen eindeutigen Ausdruck aufzustellen. Der für die Energiedichte spricht so sehr für sich selbst, daß man des Glaubens ist, es fehle nur noch seine experimentelle Bestätigung. Anders aber bei dem Ausdrucke für den Energiefluß, dem Theorem von Poynting. Obgleich ebenso hypothetisch als die Energiedichte, bleibt man sich bei seiner Anwendung des Hypothetischen mehr bewußt, weil uns einige wunderliche Konsequenzen aus ihm bekannt sind, bei denen wir uns nicht beruhigen können. Abgesehen von den geschlossenen Energiebewegungen, die es in einem statischen elektromagnetischen Felde fordert, verlangt es von uns folgende Anschauung der Vorgänge im stationären Felde (Gleichstrom): Ein stationärer Energiefluß quillt aus den gal-

1) Hauptstück der Gießener Habilitationsschrift.

vanischen Elementen nach Maßgabe der geschlossenen Strömung im Schließungskreise in das Dielektrikum über, breitet sich in demselben längs der Leitung, wie lang sie auch sei, ohne Verlust aus und tritt in dieselbe überall normal zur Oberfläche ein, unabhängig von der Konfiguration des Schließungsdrahtes, der Lage benachbarter Schließungsdrähte und Metallkörper sowie der Eigenschaft des Dielektrikums.

In welcher Richtung eine Verbesserung oder Berichtigung beider Hypothesen, die durch die Feldgleichungen (von Maxwell) miteinander verbunden sind, zu erwarten ist, kann man nicht sagen. Da scheint es mir nun wünschenswert, zunächst einmal neue Konsequenzen beider Hypothesen aufzusuchen und zuzusehen, welche direkte oder indirekte Schlüsse die Übereinstimmungen oder Abweichungen gegenüber der Erfahrung uns zu ziehen erlauben. Zwei solcher Konsequenzen liegen nun vor in schnell veränderlichen Feldern von solcher Art, daß in ihnen die Feldstärken in periodischer Folge immer wieder dieselben Größen und Richtungen annehmen. Ich will ein solches Feld „permanentes Wechselfeld" nennen, im Gegensatz einerseits zu dem stationären Felde, in dem keine zeitlichen Variationen auftreten, andererseits zum gedämpften Felde, in dem ein periodischer Vorgang abklingt. Zwar ist auch hier nach dem Theorem von Poynting die momentane Energiebewegung eine so turbulente, daß sie sich der Beobachtung entzieht, ja, wenn wir sie beobachten könnten, würden wir daraus wegen der gänzlichen Unübersichtlichkeit keine Erkenntnis ziehen; aber der zeitliche Mittelwert der Strömung durch ein festgehaltenes Flächenelement, genommen über mindestens eine volle Periode hat einen von der Zeit unabhängigen Wert, denn die Definition einer Zeitfunktion mit konstanter Periode $f(t) = f(t + \tau)$ ist identisch mit der Forderung

$$\frac{d}{dt}\frac{1}{\tau}\int_t^{t+\tau} f(t)\,dt = 0.$$

In jedem Feldpunkte gibt es für das Flächenelement eine bestimmte Lage, in der die hindurchfließende Energie ein Maximum erreicht. Diese Richtung seiner Normale bestimmt einen neuen Vektor, von mir die „mittlere Strahlung" oder kurz „die Strahlung" genannt; er ist maßgebend für den Fortgang oder die Pendelung der Energie in jedem Feldpunkte. Die Energie wandert daher längs im Raume festliegender Bahnen, deren Verlauf vor allem von den Phasen der Feldkomponenten bestimmt wird. Ich kann nun den Gedanken nicht abwehren, daß es sich ermöglichen lassen muß, diese Zugstraßen der Energie experimentell festzustellen, wie wir das bei optischen Schwingungen können, etwa aus der Schattenwirkung eines absorbierenden Objektes, aus Interferenzstreifen, oder der Krümmung der Bahnen in variablen Medien. Die andere Konsequenz geht von dem Gedanken aus, daß nach unserem Theorem die Ausstrahlung eines Oszillators nicht eine ihm eigene Größe sein kann, sondern lediglich durch die Konfiguration des Feldes bestimmt ist, daß also benachbarte Strahler und Leiter die Größe der Ausstrahlung wesentlich mitbestimmen. (Ich werde später an dem einfachen Beispiele zweier Oszillatoren zeigen, daß ihre Strahlung eine periodische Funktion ihres Abstandes ist.) Die Ausstrahlung eines Oszillators ist aber eine physikalisch meßbare Größe. Da die genannten Erscheinungen auf das engste mit dem Ausdruck für den momentanen Energiefluß verknüpft sind, so führen sie zu Prüfungen des genannten Theorems. Sie setzen natürlich voraus, daß die Rechnung die Bahnen ermittelt hat, die bei gegebener Körperverteilung und gegebenen Strahlungsquellen das genannte Theorem fordert. Das ist aber nur möglich, wenn das Feld bekannt ist. (Die Bedingung, daß an Unstetigkeitsflächen der Körperkonstanten die Normalkomponente der Strahlung stetig sein muß, genügt nicht zur Bestimmung der Strahlung in jedem Punkte.) Diese Forderung hat mich aber nicht abgehalten, die Frage zu beantworten zu suchen: Welches sind die allgemeinen Gesetze über den Verlauf der nach dem Theorem von Poynting bestimmten Energiebahnen in einem beliebig gegebenen, permanenten Wechselfelde?

Von vornherein sollte man denken, daß es physikalisch interpretierbare Flächen, wie Flächen gleicher mittlerer Energiedichte oder gleicher Phasen oder Wellenflächen, seien, zu denen die Strahlung normal verlaufe.

Es ist das negative Resultat der folgenden Untersuchung, daß das schon in einem isotropen Medium im allgemeinen nicht der Fall ist.

Als ein positives und praktisches Ergebnis ist die bedeutende Vereinfachung des Rechenwerkes anzusehen. Ist in einem speziellen Probleme das Feld bekannt, so kann unmittelbarer als bisher die Strahlung angegeben werden.

Nehmen wir diejenigen (elektrischen) Meßinstrumente aus, die auf Mittelwerte der Induktion reagieren, so messen die übrigen entweder Wellenlängen aus Interferenzen oder Resonanzen, oder Mittelwerte der zufließenden Energie. In beiden Fällen ist also die Kenntnis der Strahlung von Vorteil und wichtiger als die des Feldes. Es wird sich nun zeigen, daß die Gleichungen, die den Verlauf der Energiebahnen im Raume beschreiben, vielfach einfacher gebaut

sind, als die der Feldkomponenten. Sie geben auch einfachere und anschaulichere Bilder als die elektrischen und magnetischen Kraftlinien. Zwar sind diese in speziell elektromagnetischen Problemen zur Erkennung der Induktionswirkungen nötig, doch, von ganz speziellen Fällen abgesehen, so kompliziert, daß eine graphische Darstellung hoffnungslos erscheint.

Der Frage nach dem Verlauf der Energiebahnen bin ich bereits in meiner Dissertation[1]) näher getreten. Ich komme jetzt in erweiterter Form auf das Thema zurück.

Kapitel II.

Zum Verständnis des Folgenden ist es notwendig, Festsetzungen und Beziehungen voranzuschicken, die in der vorgetragenen Form neu sind.

Haben wir eine einfache periodische Funktion der Zeit $A\cos(\nu t+\varphi)$, wo die positive Größe A die Amplitude, und das Argument des Kosinus die Phase bedeutet, so empfiehlt es sich, sie in zwei Teile zu zerlegen, deren Phasendifferenz $\pi/2$ beträgt, also

$$A\cos\varphi\cos\nu t + A\sin\varphi\cos(\nu t+\pi/2) = E'\cos\nu t + E''\cos(\nu t+\pi/2),$$

wofür wir bequemer schreiben:

Reeller Teil von $E'e^{i\nu t}+iE''e^{i\nu t}=Ee^{i\nu t}$;

es ist dann also $\sqrt{E'^2+E''^2}$ die Amplitude und $(\nu t+\operatorname{arctg}E''/E')$ die Phase der genannten periodischen Funktion. Liegen für jede Zeit gültige Gleichungen mit solchen Funktionen vor, so können sie nur befriedigt werden, indem der Faktor von $\cos\nu t$ und der von $\cos(\nu t+\pi/2)$ jeder für sich verschwindet. Auf die komplexe Darstellung übertragen, besagt dies, daß die Rechnungsregel der Gleichsetzung der reellen bezw. imaginären Größen einer komplexen Gleichung erhalten bleibt.

Ein Vektor $\mathfrak{E}$, dessen Komponenten solche einfache periodische Funktionen der Zeit sind, hat demnach die Form

$$\mathfrak{E}_x = A_x\cos(\nu t+\varphi_x) = E_x e^{i\nu t}$$
$$\mathfrak{E}_y = A_y\cos(\nu t+\varphi_y) = E_y e^{i\nu t}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots,$$

wofür wir zusammenfassend schreiben

$$\mathfrak{E} = Ee^{i\nu t}. \qquad (1)$$

Die reellen und von der Zeit freien Funktionen E_x' bis E_z'' bestimmen zwei im Raume feststehende Vektoren E' und E'', die in der zeitlich aggregierten Form $E'+iE''$ den komplexen Vektor E ausmachen.

Wir wollen jetzt die Bewegung des Vektors $\mathfrak{E}$ untersuchen und auch durch E' und E'' darstellen. Zunächst in der (xy)-Ebene. Die Projektion von $\mathfrak{E}$ auf diese Ebene mache mit der x-Achse den Winkel ω_z, dann ist, weil $\operatorname{tang}\omega_z=\mathfrak{E}_y/\mathfrak{E}_x$, die Winkelgeschwindigkeit um die z-Achse

$$\frac{d\omega_z}{dt} = \frac{\mathfrak{E}_x^2}{\mathfrak{E}_x^2+\mathfrak{E}_y^2}\frac{d}{dt}\mathfrak{E}_y/\mathfrak{E}_x, \text{ also}$$
$$(\mathfrak{E}_x^2+\mathfrak{E}_y^2)\frac{d\omega_z}{dt} = \mathfrak{E}_x\frac{d\mathfrak{E}_y}{dt}-\mathfrak{E}_y\frac{d\mathfrak{E}_x}{dt}$$
$$= \nu A_x A_y\sin(\varphi_x-\varphi_y).$$

Ich habe schon in meiner Dissertation[1]) gezeigt, daß

$$A_xA_y\cos(\varphi_x-\varphi_y) = E_x'E_y'+E_x''E_y'' \qquad (2)$$

ist. Jetzt füge ich hinzu, daß nach derselben Methode

$$A_xA_y\sin(\varphi_x-\varphi_y) = E_x''E_y'-E_y''E_x' \qquad (3)$$

gefunden wird. Sonach ist

$$(\mathfrak{E}_x^2+\mathfrak{E}_y^2)\frac{d\omega_z}{dt} = \nu(E_x''E_y'-E_y''E_x').$$

Analoge Betrachtungen in der (yz)- und (zx)-Ebene führen zu dem Resultat

$$\mathfrak{E}^2\dot{\omega} = \nu[E'',E']. \qquad (4)$$

Die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\omega}$ von $\mathfrak{E}$ ist ein Vektor, dessen Richtung, Größe und Rotationssinn durch das Vektorprodukt $[E'',E']$ festgelegt sind. Der Vektor $\mathfrak{E}$ rotiert in einer Ebene, deren Normale $\dot{\omega}$ ist, und zwar von E'' auf dem kürzeren Wege nach E' (in der Zeit einer Viertelperiode); er beschreibt in ihr eine Ellipsenfläche um den Feldpunkt als Mittelpunkt. Eine nähere Betrachtung lehrt, daß E' und E'' in die Richtungen zweier konjugierter Durchmesser derselben fallen. Der Momentanwert von $\mathfrak{E}$ ist

$$\sqrt{E'^2\cos^2\nu t+E''^2\cos^2(\nu t+\pi/2)-(E'',E')\sin 2\nu t}. \qquad (5)$$

Die Kenntnis von E' und E'' liefert alle Bestimmungsstücke der Schwingungsellipse. $\mathfrak{E}^2\dot{\omega}$ ist die von $\mathfrak{E}$ in der Zeiteinheit überstrichene Fläche, soll daher die Sektorengeschwindigkeit von $\mathfrak{E}$ heißen. Aus (4) folgt, daß diese einen von der Zeit unabhängigen Wert hat. Das zweite Keplersche Gesetz macht eine gleiche Aussage, jedoch für die aus einem Brennpunkte gezogenen Radien.

Die Bewegung artet in eine geradlinige aus, nur dann, wenn $\dot{\omega}=0$, also $[E'',E']=0$ ist, also wenn E'' und E' in eine Gerade fallen oder einer der beiden Vektoren verschwindet. Wir können die Bedingung, daß jede Komponente von $\dot{\omega}$ verschwinden muß, auch schreiben

$$\frac{E_x''}{E_x'} = \frac{E_y''}{E_y'} = \frac{E_z''}{E_z'}. \qquad (6)$$

Das sind zwei unabhängige Bedingungen, die aussagen, daß der Phasenunterschied der 3 Komponenten von $\mathfrak{E}$, 0 oder π betragen muß.

Die Bedingungen für Zirkularpolarisation lesen wir am einfachsten an Gl. (5) ab. Es muß

1) K. Uller, Beiträge zur Theorie der elektromagnetischen Strahlung. Dissertation. Rostock 1903. 72 S.

1) Dissertation S. 16.

$$(E'', E') = 0 \qquad (7)$$

sein, d. h. die beiden konjugierten Durchmesser müssen aufeinander senkrecht stehen, und zweitens muß $|E'| = |E''|$ sein, die Größen von E' und E'' selbstverständlich gleich groß sein.

Hat man den zeitlichen Mittelwert zu bilden von dem Produkte zweier Skalare

$$\Phi e^{i\nu t} \text{ und } X e^{i\nu t},$$

so erhält man unter Benutzung von Gl. (2)

$$\frac{1}{2}\{\Phi' X' + \Phi'' X''\}.^{1}) \qquad (8)$$

Es ist nur eine Verallgemeinerung, die wir später mit Vorteil verwenden, wenn ich behaupte:

Der Mittelwert des Produktes zweier Skalare von der Form

$$U \cdot e^{i(\varphi+\psi)} \cdot e^{i\nu t} \text{ und } V e^{i(\chi+\psi)} \cdot e^{i\nu t} \qquad (9)$$

ist

$$\frac{e^{-(\varphi''+\chi''+\psi'')}}{2}\{\cos(\varphi'-\chi')\{U'V' + U''V''\} + \sin(\varphi'-\chi')\{U'V'' - U''V'\}\}.$$

Es sei die Energiedichte des $\mathfrak{E}$-Feldes in jedem Feldpunkte proportional $\mathfrak{E}^2 = \mathfrak{E}_x^2 + \mathfrak{E}_y^2 + \mathfrak{E}_z^2$; dann ist der zeitliche Mittelwert der Energiedichte proportional

$$\frac{1}{2}\{E'^2 + E''^2\}. \qquad (10)$$

Es kommt im folgenden vor, daß E in der Form $\mathfrak{e} \cdot e^{i\Phi}$ gegeben ist, wo Φ eine allen Komponenten von $\mathfrak{e}$ gemeinschaftliche komplexe Ortsfunktion bedeutet. Dann wird

$$E_x'^2 + E_x''^2 = e^{-2\Phi''}\{\mathfrak{e}_x'^2 + \mathfrak{e}_x''^2\}, \quad (11\,a)$$
$$E_x' E_y' + E_x'' E_y'' = e^{-2\Phi''}\{\mathfrak{e}_x' \mathfrak{e}_y' + \mathfrak{e}_x'' \mathfrak{e}_y''\}, \quad (b)$$
$$E_x'' E_y' - E_y'' E_x' = e^{-2\Phi''}\{\mathfrak{e}_x'' \mathfrak{e}_y' - \mathfrak{e}_y'' \mathfrak{e}_x'\}, \quad (c)$$

also die mittlere Energiedichte

$$\frac{1}{2}\{E'^2 + E''^2\} = \frac{e^{-2\Phi''}}{2}\{\mathfrak{e}'^2 + \mathfrak{e}''^2\}, \qquad (d)$$

das Vektorprodukt

$$[E'', E'] = e^{-2\Phi''}[\mathfrak{e}'', \mathfrak{e}'], \qquad (e)$$

dagegen das Skalarprodukt

$$(E'', E') = e^{-2\Phi''}\{(\mathfrak{e}'', \mathfrak{e}')\cos 2\Phi' - \frac{1}{2}(\mathfrak{e}''^2 - \mathfrak{e}'^2)\sin 2\Phi'\}. \qquad (f)$$

Es seien noch folgende Umformungen, die später auftreten, angeführt:

$$\operatorname{curl} E = e^{i\Phi}\{\operatorname{curl}\mathfrak{e} + i[\mathfrak{e}, \operatorname{grad}\Phi]\}, \qquad (g)$$
$$\operatorname{div} E = e^{i\Phi}\{\operatorname{div}\mathfrak{e} - i(\mathfrak{e}, \operatorname{grad}\Phi)\}, \qquad (h)$$
$$\operatorname{grad}^2 \operatorname{div} E = e^{i\Phi}\{(\operatorname{grad}\operatorname{div}\mathfrak{e} + (\mathfrak{e}, \operatorname{grad}\Phi)\operatorname{grad}\Phi) + i(\operatorname{div}\mathfrak{e}\operatorname{grad}\Phi - \operatorname{grad}(\mathfrak{e}, \operatorname{grad}\Phi))\}. \qquad (i)$$

1) Dissertation S. 16.

2) Unter grad ist im Gegensatz zur Mathematischen Enzyklopädie das Gefälle gemeint.

Existieren im Raum zwei Felder $\mathfrak{E} = Ee^{i\nu t}$ und $\mathfrak{M} = Me^{i\nu t}$, so ist der zeitliche Mittelwert des Vektorproduktes der Feldstärken nach (8)

$$[\overline{\mathfrak{E}, \mathfrak{M}}] = \frac{1}{2}\{[E', M'] + [E'', M'']\}. \qquad (k)$$

Hat man

$$E = \mathfrak{e} \cdot e^{i\Phi},$$
$$M = \mathfrak{m} \cdot e^{i\Phi},$$

so wird

$$[\overline{\mathfrak{E}, \mathfrak{M}}] = \frac{e^{-2\Phi''}}{2}\{[\mathfrak{e}', \mathfrak{m}'] + [\mathfrak{e}'', \mathfrak{m}'']\}. \qquad (l)$$

Kapitel III.

Ich setze zunächst ein ruhendes, isotropes, nicht drehendes und nicht dispergierendes Medium voraus. Seine elektromagnetischen Eigenschaften (Dielektrizitätskonstante ε, Leitfähigkeit λ, Permeabilität μ) sollen zwar von der Zeit unabhängige, im übrigen aber beliebige eindeutige und stetige Funktionen des Raumes sein (Unstetigkeiten sind nur Grenzfälle sehr starker Variationen dieser Größen). In diesem Medium soll ein permanenter elektromagnetischer Zustand herrschen, den wir vorab als einen harmonischen nach Art der Gl. (1) ansetzen. Es bestehen dann für das elektrische Feld $\mathfrak{E} = Ee^{i\nu t}$ und das magnetische Feld $\mathfrak{M} = Me^{i\nu t}$ die Maxwell-Hertzschen Beziehungen

$$\left.\begin{aligned}(\lambda + i\varepsilon\nu)E &= V\operatorname{curl} M,\\ -i\mu\nu M &= V\operatorname{curl} E\end{aligned}\right\} \qquad (I)$$

mit den Folgerungen

$$\left.\begin{aligned}\operatorname{div}(\lambda + i\varepsilon\nu)E &= 0,\\ \operatorname{div}(\mu M) &= 0.\end{aligned}\right\} \qquad (Ia)$$

[Ich halte mich im wesentlichen an der eleganten Systematik und Bezeichnungsweise, die Herr Cohn in seinem bekannten Lehrbuche: „Das elektromagnetische Feld" durchgeführt hat. Den Übergang zu den gebräuchlichen Maßsystemen findet man nach den ebenda S. 280 gegebenen Anweisungen.]

Der Mittelwert der Poyntingschen Strahlung pro Flächeneinheit und Zeiteinheit, nämlich $\overline{\mathfrak{S}} = V[\mathfrak{E}, \mathfrak{M}]$, wo V wie oben eine universelle Konstante, wird unter Benutzung von Gl. (8)

$$\overline{\mathfrak{S}} = \frac{V}{2}\{[E', M'] + [E'', M'']\}. \qquad (II)$$

Wo $\overline{\mathfrak{S}} = 0$ gefunden wird, fließt überhaupt keine Energie oder aber sie pendelt dort, wandert also nicht. — In dieser Formel ist vorausgesetzt, daß E und M allen Bedingungen des Feldes (I und Ia) genügen, sie bekommt reicheren Inhalt, wenn wir diese Bedingungen wirklich einführen, — wobei allerdings die Symmetrie hinsichtlich E und M verloren geht. Wir können vermöge der Grundgleichungen M durch E, oder E durch M, oder endlich E und

M durch eine dritte Größe ausdrücken, derart, daß auch den Divergenzbedingungen Genüge geschieht.

Im ersten Falle kommt

$$\mathfrak{S} = \frac{V^2}{2}\frac{1}{\mu\nu}\left\{[E'' \operatorname{curl} E'] - [E' \operatorname{curl} E'']\right\}, \quad (12)$$

womit zugleich die eine Folgerung $\operatorname{div}(\mu M) = 0$ befriedigt ist. Jetzt haben wir aber noch die elektrische Divergenzbedingung hineinzutragen, nämlich

$$\operatorname{div}(\lambda + i\varepsilon\nu)E = (\lambda + i\varepsilon\nu)\operatorname{div} E - (E, \operatorname{grad}(\lambda + i\varepsilon\nu)) = 0,$$

woraus durch Gleichsetzung des reellen und imaginären folgt:

$$\begin{aligned}(\lambda^2 + \varepsilon^2\nu^2)\operatorname{div} E' &= \lambda\{(E', \operatorname{grad}\lambda) - (E'', \operatorname{grad}\varepsilon\nu)\} \\ &\quad + \varepsilon\nu\{(E', \operatorname{grad}\varepsilon\nu) + (E'', \operatorname{grad}\lambda)\}; \\ (\lambda^2 + \varepsilon^2\nu^2)\operatorname{div} E'' &= \lambda\{(E'', \operatorname{grad}\lambda) + (E', \operatorname{grad}\varepsilon\nu)\} \\ &\quad + \varepsilon\nu\{(E'', \operatorname{grad}\varepsilon\nu) - (E', \operatorname{grad}\lambda)\}.\end{aligned} \quad (13)$$

Durch Ausrechnung kann man sich von der Identität

$$\begin{aligned}&[\mathfrak{A}, \operatorname{curl}\mathfrak{B}] - [\mathfrak{B}, \operatorname{curl}\mathfrak{A}] = \\ &\qquad \operatorname{curl}[\mathfrak{A}, \mathfrak{B}] \\ &+ \left\{\mathfrak{B}_x{}^2 \operatorname{grad}\frac{\mathfrak{A}_x}{\mathfrak{B}_x} + \mathfrak{B}_y{}^2 \operatorname{grad}\frac{\mathfrak{A}_y}{\mathfrak{B}_y} + \mathfrak{B}_z{}^2 \operatorname{grad}\frac{\mathfrak{A}_z}{\mathfrak{B}_z}\right| \\ &\qquad + \mathfrak{A}\operatorname{div}\mathfrak{B} - \mathfrak{B}\operatorname{div}\mathfrak{A}\end{aligned} \quad (14)$$

überzeugen.

Sonach geht Gl. (12) unter Einführung der elektrischen Divergenzbedingung über in

$$\begin{aligned}\mathfrak{S} = \frac{V^2}{2}\frac{1}{\mu\nu}\Bigg\{&\operatorname{curl}[E'', E'] + \left\{E_x'{}^2 \operatorname{grad}\frac{E_x''}{E_x'}\right. \\ &+ E_y'{}^2 \operatorname{grad}\frac{E_y''}{E_y'} + E_z'{}^2 \operatorname{grad}\frac{E_z''}{E_z'}\Big| \\ &+ \frac{1}{2}\left[\operatorname{grad}\log(\lambda^2 + \varepsilon^2\nu^2), [E'', E']\right] \\ &- \frac{1}{1 + \nu^2 T^2}\Big\{E'(E' \operatorname{grad}\nu T) \\ &\left. + E''(E'' \operatorname{grad}\nu T)\Big\}\right\}.\end{aligned} \quad (III)$$

$\nu T = \frac{\varepsilon\nu}{\lambda}$ ist das Verhältnis der dielektrischen Wirksamkeit zur Leitfähigkeit.

Im zweiten Falle, wenn wir die Strahlung vermittels des magnetischen Feldes ausdrücken, erhalten wir aus (II) unter Benutzung von Gl. (I)

$$\begin{aligned}\mathfrak{S} = \frac{V^2}{2}\frac{1}{\lambda^2 + \varepsilon^2\nu^2}\Big\{&-\lambda\{[M', \operatorname{curl} M'] \\ &+ [M'', \operatorname{curl} M'']\} \\ &+ \varepsilon\nu\{[M'', \operatorname{curl} M'] - [M', \operatorname{curl} M'']\}\Big\}.\end{aligned} \quad (15)$$

Damit haben wir zugleich die elektrische Divergenzbedingung hineingetragen, aber noch nicht die magnetische

$$\operatorname{div}(\mu M) = \mu\operatorname{div} M - (M, \operatorname{grad}\mu) = 0,$$

aus der folgt

$$\begin{aligned}\mu\operatorname{div} M' &= (M' \operatorname{grad}\mu) \\ \mu\operatorname{div} M'' &= (M'' \operatorname{grad}\mu).\end{aligned} \quad (16)$$

Wir haben diese Bedingungen sowohl in den Faktor von λ als auch in den von $\varepsilon\nu$ einzuführen. Vorher wollen wir aber noch $[M', \operatorname{curl} M']$ umformen. Man kann

$$[\mathfrak{A}, \operatorname{curl}\mathfrak{A}]_x$$

auf die Form

$$\begin{aligned}&-\frac{1}{2}\operatorname{grad}_x|\mathfrak{A}|^2 - \mathfrak{A}_x\operatorname{div}\mathfrak{A} + \mathfrak{A}_x{}^2\left(\frac{\partial}{\partial y}\frac{\mathfrak{A}_y}{\mathfrak{A}_x}\right. \\ &\qquad \left. + \frac{\partial}{\partial z}\frac{\mathfrak{A}_z}{\mathfrak{A}_x}\right)\end{aligned} \quad (17)$$

oder auch auf

$$\begin{aligned}&-\frac{1}{2}\operatorname{grad}_x|\mathfrak{A}|^2 + \mathfrak{A}_x\operatorname{div}\mathfrak{A} - \frac{\partial}{\partial x}\left(\mathfrak{A}_x\mathfrak{A}_x\right) \\ &\qquad - \frac{\partial}{\partial y}\left(\mathfrak{A}_x\mathfrak{A}_y\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\mathfrak{A}_x\mathfrak{A}_z\right)\end{aligned} \quad (18)$$

bringen. Beide ließen sich im folgenden physikalisch interpretieren, doch ziehe ich die erste Form vor.

Wir erhalten nun

$$\begin{aligned}\mathfrak{S} = \frac{V^2}{2}\frac{1}{\lambda^2 + \varepsilon^2\nu^2}\Bigg\{&\lambda\Big\{\frac{1}{2}\operatorname{grad}(M'^2 + M''^2) \\ &+ \Pi' + \Pi'' \\ &+ M'(M' \operatorname{grad}\log\mu) + M''(M'' \operatorname{grad}\log\mu)\Big\} \\ &+ \varepsilon\nu\{\operatorname{curl}[M'' M'] \\ &+ M_x'{}^2 \operatorname{grad}\frac{M_x''}{M_x'} + M_y'{}^2 \operatorname{grad}\frac{M_y''}{M_y'} \\ &+ M_z'{}^2 \operatorname{grad}\frac{M_z''}{M_z'} + \left[\operatorname{grad}\log\mu, [M'', M']\right]\Big\}\Bigg\}.\end{aligned} \quad (IV)$$

Π' ist ein Vektor mit den Komponenten

$$\begin{aligned}\Pi_x' &= -M_x'{}^2\left(\frac{\partial}{\partial y}\frac{M_y'}{M_x'} + \frac{\partial}{\partial z}\frac{M_z'}{M_x'}\right), \\ \Pi_y' &= -M_y'{}^2\left(\frac{\partial}{\partial z}\frac{M_z'}{M_y'} + \frac{\partial}{\partial x}\frac{M_x'}{M_y'}\right), \\ \Pi_z' &= -M_z'{}^2\left(\frac{\partial}{\partial x}\frac{M_x'}{M_z'} + \frac{\partial}{\partial y}\frac{M_y'}{M_z'}\right).\end{aligned} \quad (19)$$

Für Π'' gilt dasselbe in bezug auf M''. Π hängt, wie man sieht, von der räumlichen Variation der Richtung des Vektors M ab.

Den dritten Fall, E und M dargestellt durch eine dritte Größe, werde ich weiter unten unter Beschränkung auf ein homogenes Medium behandeln.

Diskussion. Die Ausdrücke für die Strahlung (Gl. III und IV) sind gleich gebaut, wenn das Medium nicht leitet, was ja auch nach den Grundgleichungen (I) zu erwarten war. Welcher von beiden im allgemeinen Falle komplizierter

ist, muß dahingestellt bleiben, da wir das Feld nicht kennen.

Für dasselbe Feld müssen selbstverständlich die rechten Seiten von (III) und (IV) gleich sein, ferner muß, wie direkt aus den Grundgleichungen (I) abgeleitet werden kann,

$$\operatorname{div} \mathfrak{S} = -\frac{1}{T}\left\{\frac{\varepsilon E'^2 + \varepsilon E''^2}{2}\right\} \qquad (V)$$

sein; die Absorption der Strahlung ist also proportional der elektrischen Energiedichte an derselben Stelle.

Es sei nebenbei bemerkt, daß jede Lösung eines Strahlungsproblems allemal eine Lösung eines hydrodynamischen Problems, aber mit ganz anderen Voraussetzungen, ist.

Der Rotationssinn von $\mathfrak{E}$ und der von $\mathfrak{M}$ bedingen sich gegenseitig nach den Grundgleichungen (I), aber im allgemeinen Falle nicht so, daß der eine sich umkehrt, wenn der andere sich umkehrt, und daß seine Schwingungsellipse nach Lage und Form unverändert bleibt.

Ist das elektrische Feld so beschaffen, daß man ohne Verletzung der Grenzbedingungen überall E'' oder E' umkehren kann, wodurch bloß der Rotationssinn des elektrischen Feldes umgekehrt wird, dann zeigt die Strahlung nach Gl. (III) überall in die entgegengesetzte Richtung, wenn die Relaxation des Mediums homogen ist.

Ist das magnetische Feld so beschaffen, daß man ohne Verletzung der Grenzbedingungen überall M'' oder M' umkehren kann, wodurch bloß der Rotationssinn des magnetischen Feldes umgekehrt wird, dann zeigt die Strahlung nach Gl. (IV) überall in die entgegengesetzte Richtung, wenn das Medium keine Leitfähigkeit besitzt.

Nur in diesen beiden sehr speziellen Fällen findet keine Umlagerung der Strahlungslinien, also der Energiebahnen, und keine Änderung der Intensitätsverteilung im Felde statt.

Bei einem geradlinig polarisierten Felde kann man von einem Rotationssinne nicht reden.

Ist

$$\frac{E_x''}{E_x'} = a, \quad \frac{E_y''}{E_y'} = b, \quad \frac{E_z''}{E_z'} = c,$$

wo die $a\,b\,c$ Konstanten sind, möglich, dann bildet das elektrische Feld eine stehende Welle, im strengen Wortsinne. Von der Gl. (III) bleibt nur übrig

$$\mathfrak{S} = -\frac{V^2}{2}\,\frac{1}{\mu\nu}\,\frac{1}{1+\nu^2 T^2}\Big\{E'(E' \operatorname{grad} \nu T) + E''(E'' \operatorname{grad} \nu T)\Big\}. \qquad (IIIa)$$

Nur wenn die Relaxation veränderlich, wandert die Energie, und zwar in der Rotationsebene von $\mathfrak{E}$, sonst pendelt sie an jeder Stelle.

Ist

$$\frac{M_x''}{M_x'} = a, \quad \frac{M_y''}{M_y'} = b, \quad \frac{M_z''}{M_z'} = c,$$

wo die $a\,b\,c$ wieder Konstanten bedeuten, möglich, dann bildet das magnetische Feld eine stehende Welle, im strengen Wortsinne. In Gl. (IV) verschwindet dann der Faktor von $\varepsilon\nu$. Nur wenn das Medium ein Leiter ist, kann die Energie wandern, sonst pendelt sie an jeder Stelle.

Drückt man die Strahlung durch das elektrische Feld aus, so kann sie aus 4 Komponenten zusammengesetzt gedacht werden: Die erste ist bestimmt durch die räumliche Variation der Sektorengeschwindigkeit von $\mathfrak{E}$, dem elektrischen Vektor; die zweite besteht aus 3 Termen, die normal verlaufen zu den Isophasenflächen der elektrischen Feldkomponenten; in der dritten und vierten Komponente treten die elektrischen Eigenschaften des Mediums explizite auf, nicht nur nebeneinander, sondern auch in ihrem Verhältnis; diese Komponenten weisen stets in Richtungen, die in der Rotationsebene von $\mathfrak{E}$ liegen, sie verschwinden, wo die elektrischen Eigenschaften kein Gefälle haben, aber auch dort, wo der Vektor der Rotationsgeschwindigkeit von $\mathfrak{E}$ mit dem Gefälle von $\lambda^2 + \varepsilon^2\nu^2$ bezw. von νT zusammenfällt.

Ist das elektrische Feld geradlinig polarisiert, dann verschwindet nach Gl. (III) stets das erste und das dritte Glied, und im zweiten fallen die Isophasenflächen der Komponenten von $\mathfrak{E}$ zusammen, so daß wir schreiben können

$$\mathfrak{S} = \frac{V^2}{2}\,\frac{1}{\mu\nu}\Big\{E'^2 \operatorname{grad} \Phi - \frac{1}{1+\nu^2 T^2}\Big\{E'(E' \operatorname{grad} \nu T) + E''(E'' \operatorname{grad} \nu T)\Big\}\Big\}. \qquad (IIIb)$$

Ein Medium heiße: zylindrisch geschichtet, in bezug auf gewisse Körpereigenschaften, wenn diese längs paralleler Geraden räumlich nicht variieren. Es sei ein solches in bezug auf die elektromagnetischen Eigenschaften gegeben. Besteht nun in ihm ein elektromagnetischer Zustand, so geht, wenn $\mathfrak{E}$ überall parallel den Geraden schwingt, die Strahlung normal zu den Isophasenflächen von $\mathfrak{E}$. Dies Resultat habe ich für ein homogenes Medium bereits in meiner Dissertation S. 50 abgeleitet. Schwingt hingegen $\mathfrak{E}$ senkrecht zu diesen Geraden, dann tritt noch eine Strahlungskomponente hinzu, die ebenfalls senkrecht zu diesen Geraden weist.

Ein anderer, wichtiger Fall eines geradlinig polarisierten elektrischen Feldes ist das axialsymmetrische Feld, in dem die elektrischen Kraftlinien konzentrische Kreise um die Symmetrieachse bilden. Um die Idee zu fixieren, denken wir uns einen (kreisförmigen) Blondlot-

oszillator, dessen Ebene horizontal liegt, und von solchen Abmessungen, daß seine Schwingungen als quasistationär angesehen werden dürfen. Dann erzeugt er ein solches Feld, wenn wir von seiner allernächsten Umgebung absehen und annehmen, daß die im übrigen ganz beliebigen elektromagnetischen Eigenschaften der Erde und der Atmosphäre (schwache Ionisation) keine Abhängigkeit vom Azimute φ in bezug auf die Vertikale durch den Oszillator zeigen. Wie kompliziert das Feld auch sei, die Strahlung verläuft einfach normal zu den Isophasen des elektrischen Feldes entsprechend dem Ausdrucke

$$\overline{\mathfrak{S}} = \frac{V^2}{2}\,\frac{1}{\mu\nu}\,E_\varphi'^2\,\mathrm{grad}\,\frac{E_\varphi''}{E_\varphi'}, \qquad \text{(IIIc)}$$

doch ist sie nicht, wie auch nicht im allgemeinen Falle Gl. (III), proportional der mittleren elektrischen Energiedichte.

Empfiehlt es sich, die Strahlung durch das magnetische Feld auszudrücken (Gl. (IV)), so erhält man einen von der Leitfähigkeit λ und einen von der dielektrischen Wirksamkeit $\varepsilon\nu$ abhängigen Teil. Dieser, der unter keinen Umständen verschwinden kann, ist genau so gebaut wie der für die drei ersten Komponenten in Gl. (III). Jener, von λ abhängige, zerfällt in drei Komponenten, von denen die erste normal zu den Flächen konstanter Amplitude von $\mathfrak{M}$ weist (nur bei konstanter Permeabilität sind das die Flächen gleicher Energiedichte von $\mathfrak{M}$), die zweite von der Variation der Neigungswinkel der magnetischen Kraftlinien abhängt, und die dritte, die nur bei variabler Permeabilität μ auftritt, in der Rotationsebene von $\mathfrak{M}$ liegt.

Ist das magnetische Feld geradlinig polarisiert, so vereinfachen sich wieder die Ausdrücke, doch gehe ich nur auf das axialsymmetrische Feld ein, in dem die magnetischen Kraftlinien konzentrische Kreise um die Symmetrieachse bilden. Ein geradliniger Hertzscher Oszillator, der vertikal zur Erde steht, erzeugt ein solches Feld. Da jetzt

$$\Pi' + \Pi'' = \Pi_t = -\frac{M_\varphi'^2 + M_\varphi''^2}{\varrho}$$

wird, wo ϱ den Abstand des Feldpunktes von der Achse bezeichnet, so geht Gl. (IV) über in

$$\overline{\mathfrak{S}} = \frac{V^2}{2}\,\frac{1}{\lambda^2+\varepsilon^2\nu^2}\Big\{\frac{\lambda}{2\varrho^2}\,\mathrm{grad}\,\varrho^2(M_\varphi'^2+M_\varphi''^2) + \varepsilon\nu M_\varphi'^2\,\mathrm{grad}\,\frac{M_\varphi''}{M_\varphi'}\Big\}, \qquad \text{(IVa)}$$

ein Ausdruck, den ich für den speziellen Fall eines homogenen Mediums schon in meiner Dissertation (S. 30) auf anderem Wege gewonnen habe.

Kapitel IV.

Bisher haben wir über die besondere Art des elektromagnetischen Feldes keinerlei Aussage gemacht, insbesondere nicht wellenförmige Ausbreitung ausdrücklich vorausgesetzt. Jetzt wollen wir untersuchen, wie die Energiebahnen sich zu den Wellennormalen verhalten. Wir setzen einen freien Raum voraus, erfüllt mit einem homogenen Medium. In ihm soll sich ein endliches Störungsgebiet befinden, das in permanenter Form unterhalten wird. Von ihm wird eine Welle auslaufen mit scharf begrenzter Front. Jeder Punkt, über den die Welle hinweg gestrichen ist, schwingt dann permanent in einer Ellipse: die Welle ist eine permanente. Das Störungsgebiet selbst schließen wir von der Betrachtung aus, weil in ihm durch das Hervorquellen der Energie nicht die einfache von uns vorausgesetzte Schwingungsform statthat.

Für ein homogenes Medium können wir die Grundgleichungen I und Ia in die Form bringen

$$M = \frac{V}{\nu\mu}\,i\,\mathrm{curl}\,E; \qquad \begin{cases} m^2E + \Delta E = 0 \\ \mathrm{div}\,E = 0, \end{cases} \qquad \text{(VIa)}$$

oder auch

$$E = \frac{V}{(\lambda + i\varepsilon\nu)}\,\mathrm{curl}\,M; \quad \begin{cases} m^2M + \Delta M = 0 \\ \mathrm{div}\,M = 0, \end{cases} \qquad \text{(VIb)}$$

worin

$$m^2 = \frac{\nu^2}{\omega^2}\Big(1 - \frac{i}{\nu T}\Big) \qquad \mathrm{cm}^{-2}. \qquad (20)$$

Da der imaginäre Teil von m^2 negativ, ist m von der Form $m' - im''$. Man findet

$$m' = \frac{\nu}{\omega}\sqrt{\frac{1+\sqrt{1+\frac{1}{\nu^2T^2}}}{2}} \qquad \mathrm{cm}^{-1}; \qquad (21)$$

$$m'' = \frac{\nu}{\omega}\sqrt{\frac{-1+\sqrt{1+\frac{1}{\nu^2T^2}}}{2}} \qquad ,,$$

außerdem seien noch folgende Kombinationen angeführt:

$$m'^2 + m''^2 = \frac{\nu^2}{\omega^2}\sqrt{1+\frac{1}{\nu^2T^2}} \qquad \mathrm{cm}^{-2},$$

$$m'^2 - m''^2 = \frac{\nu^2}{\omega^2} \qquad ,, \qquad (22)$$

$$m' \cdot m'' = \frac{\nu^2}{\omega^2}\,\frac{1}{2\nu T} \qquad ,,$$

Die Wellenfront schreitet parallel zu sich selbst im Raume fort; eine aus der Schar dieser Flächen sei N = const. Die Flächen $(\nu t - m'N)$ = const sollen die Wellenflächen heißen, normal zu ihnen eilen sämtliche Komponenten von $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{M}$ fort mit der gemeinschaftlichen Geschwindigkeit $\frac{\nu}{m'}$, die in einem leitenden Medium nach (21) kleiner ist als ω. [Es sei daran

erinnert, daß die Geschwindigkeit, mit der eine einmalig gesetzte und dann sich selbst überlassene Störung sich ausbreitet, durch die Leitfähigkeit des Mediums nicht beeinflußt wird.] Wir machen also den Ansatz

$$E = \mathfrak{e} \cdot e^{-i m N}, \qquad M = \mathfrak{m} \cdot e^{-i m N}. \tag{VII}$$

Die Isophasenflächen von $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{M}$, die für jede Komponente verschieden sein können und ihre eigene Geschwindigkeit, die Phasengeschwindigkeit, besitzen, fallen nur dann mit den Wellenflächen zusammen, wenn die Phasen konstant oder Funktionen nur von N sind. Es heiße eine elektrische bez. magnetische Welle transversal, wenn E bez. M eine Komponente in Richtung der Wellennormale N nicht besitzt.

Wollen wir die Strahlung durch das elektrische Feld ausdrücken, dann müssen wir uns der Gl. (VIa) bedienen. Wir haben also

$$E = \mathfrak{e} \cdot e^{-i m N}$$

und mit Rücksicht auf (11i)

$$M = \frac{V}{\mu \nu} e^{-i m N} \{ - \operatorname{curl} \mathfrak{e}'' - [\operatorname{grad} N, m' \mathfrak{e}' + m'' \mathfrak{e}''] + i \operatorname{curl} \mathfrak{e}' - i [\operatorname{grad} N, m' \mathfrak{e}' - m'' \mathfrak{e}''] \},$$

und aus $\operatorname{div} E = 0$ folgt nach (11g)

$$\operatorname{div} \mathfrak{e}' = (- m'' \mathfrak{e}' + m' \mathfrak{e}'', \operatorname{grad} N),$$
$$\operatorname{div} \mathfrak{e}'' = (- m'' \mathfrak{e}'' - m' \mathfrak{e}', \operatorname{grad} N).$$

Wir bilden nun $\mathfrak{S}$ nach Gl. (II) und bedienen uns dabei der Anweisung (9).

Es kommt

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{S} = \frac{V^2}{2 \mu \nu} e^{-2 m'' N} \Big\{ & \operatorname{curl} [\mathfrak{e}'', \mathfrak{e}'] + \Big\{ \mathfrak{e}_x'^2 \operatorname{grad} \frac{\mathfrak{e}_x''}{\mathfrak{e}_x'} \\ & + \mathfrak{e}_y'^2 \operatorname{grad} \frac{\mathfrak{e}_y''}{\mathfrak{e}_y'} + \mathfrak{e}_z'^2 \operatorname{grad} \frac{\mathfrak{e}_z''}{\mathfrak{e}_z'} \Big\} \\ & - m' (\mathfrak{e}'^2 + \mathfrak{e}''^2) \operatorname{grad} N \\ & + 2 m' \{ \mathfrak{e}' (\mathfrak{e}', \operatorname{grad} N) + \mathfrak{e}'' (\mathfrak{e}'', \operatorname{grad} N) \} \Big\}; \end{aligned} \right\} \tag{VIII}$$

ein mit m'' explizite auftretendes Glied verschwindet wieder.

Man vergleiche diesen Ausdruck mit dem allgemeinen der Gl. (II), in der die beiden letzten Glieder verschwinden, da wir jetzt ein homogenes Medium haben.

Aus unserer viergliederigen Gleichung (VIII) ersehen wir, daß im allgemeinen die Energiebahnen nicht normal zu den Wellenflächen liegen, selbst nicht bei einer rein transversalen elektrischen Welle. Denn bei einer solchen liegt $[\mathfrak{e}'', \mathfrak{e}']$ definitionsgemäß überall in der Wellennormale N, $\operatorname{curl} [\mathfrak{e}'', \mathfrak{e}']$ also überall in der Wellenfläche; dagegen verschwindet das vierte Glied.

Wir haben daher den Satz:

Bei einer transversalen elektrischen Welle in einem homogenen, unbegrenzten Medium geht die Strahlung nur dann überall in Richtung der Wellennormale, wenn überall der Wirbel der Sektorengeschwindigkeit der elektrischen Feldstärke verschwindet und die Isophasenflächen aller Komponenten mit den Wellenflächen zusammenfallen.

Eine solche transversale Welle, die zudem geradlinig polarisiert ist, haben wir in jedem axialsymmetrischen Felde mit ($E = E_\varphi$). In ihm nimmt (VIII) die einfache Gestalt an

$$\mathfrak{S} = \frac{V^2}{2 \mu \nu} e^{-2 m'' N} \Big\{ \mathfrak{e}_\varphi'^2 \operatorname{grad} \frac{\mathfrak{e}_\varphi''}{\mathfrak{e}_\varphi'} - m' (\mathfrak{e}_\varphi'^2 + \mathfrak{e}_\varphi''^2) \operatorname{grad} N \Big\}. \tag{VIIIa}$$

Empfiehlt es sich, die Strahlung durch die magnetische Feldstärke auszudrücken, dann müssen wir von den Gl. (VIb) in Verbindung mit (VII) und (11) ausgehen.

Wir haben also

$$M = \mathfrak{m} \cdot e^{-i m N},$$

$$E = \frac{V}{\lambda + i \varepsilon \nu} e^{-i m N} \Big\{ \operatorname{curl} \mathfrak{m} - i m [\mathfrak{m}, \operatorname{grad} N] \Big\},$$
$$\operatorname{div} \mathfrak{m}' = (m' \mathfrak{m}'' - m'' \mathfrak{m}', \operatorname{grad} N),$$
$$\operatorname{div} \mathfrak{m}'' = (- m'' \mathfrak{m}'' - m' \mathfrak{m}', \operatorname{grad} N).$$

Bilden wir nun $\mathfrak{S}$ nach Gl. (II) und bedienen wir uns dabei der Anleitung (9), so kommt

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{S} = \frac{V^2}{2} \frac{1}{\lambda^2 + \varepsilon^2 \nu^2} \Big\{ & \lambda \Big\{ \frac{1}{2} \operatorname{grad} (\mathfrak{m}'^2 + \mathfrak{m}''^2) \\ & + \varkappa' + \varkappa'' - m'' (\mathfrak{m}'^2 + \mathfrak{m}''^2) \operatorname{grad} N \\ & - 2 m' \Big[\operatorname{grad} N [\mathfrak{m}'', \mathfrak{m}'] \Big] \Big\} \\ & + \varepsilon \nu \Big\{ \operatorname{curl} [\mathfrak{m}'', \mathfrak{m}'] + \Big\{ \mathfrak{m}_x'^2 \operatorname{grad} \frac{\mathfrak{m}_x''}{\mathfrak{m}_x'} + \cdots \Big\} \\ & - m' (\mathfrak{m}'^2 + \mathfrak{m}''^2) \operatorname{grad} N \\ & + 2 m' \{ \mathfrak{m}' (\mathfrak{m}', \operatorname{grad} N) + \mathfrak{m}'' (\mathfrak{m}'', \operatorname{grad} N) \} \Big\} \Big\}. \end{aligned} \right\} \tag{IX}$$

Man vergleiche diesen Ausdruck mit dem allgemeineren (IV), in dem $\operatorname{grad} \log \mu = 0$ zu setzen ist, da wir jetzt ein homogenes Medium haben.

Die Leitfähigkeit tritt wieder, im Gegensatz zu (VIII), explizite auf. Auch hier geht, selbst bei einer rein transversalen magnetischen Welle, die Strahlung im allgemeinen nicht in Richtung der Wellennormale. Eine transversale Welle, die zudem geradlinig polarisiert ist, haben wir in jedem axialsymmetrischen Felde mit ($M = M_\varphi$). Für ein solches vereinfacht sich (IX) zu

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{S} = \frac{V^2}{2} \frac{1}{\lambda^2 + \varepsilon^2 \nu^2} \Big\{ & \lambda \Big\{ \frac{1}{2 \varrho^2} \operatorname{grad} \varrho^2 (\mathfrak{m}_\varphi'^2 + \mathfrak{m}_\varphi''^2) \\ & - m'' (\mathfrak{m}_\varphi'^2 + \mathfrak{m}_\varphi''^2) \cdot \operatorname{grad} N \Big\} \\ & + \varepsilon \nu \Big\{ \mathfrak{m}_\varphi'^2 \operatorname{grad} \frac{\mathfrak{m}_\varphi''}{\mathfrak{m}_\varphi'} \\ & - m' (\mathfrak{m}_\varphi'^2 + \mathfrak{m}_\varphi''^2) \operatorname{grad} N \Big\} \Big\}. \end{aligned} \right\} \tag{IXa}$$

In einer Reihe weiterer Abhandlungen gedenke ich zunächst auf spezielle Fälle dieser allgemeinen Betrachtungen einzugehen.

Gießen, 29. Februar 1908.

(Eingegangen 20. Juni 1908.)

Bemerkung zu der Arbeit des Herrn Macků: „Über die Bestimmung der Dämpfung von Kondensatorschwingungen bei beliebig enger induktiver Koppelung".[1])

Von Max Wien.

Herr Macků gibt in dem oben genannten Artikel eine interessante direkte Ableitung des Stromeffekts im Resonanzkreis für beliebig enge Koppelung und verwendet sein Resultat zur Berechnung der Rückwirkung des Meßkreises bei der Bjerknesschen Methode.

Aus seinen Ausführungen geht nicht deutlich hervor, daß sein Ergebnis bezüglich der Rückwirkung im wesentlichen mit dem meinigen[2]) übereinstimmt und sich davon nur infolge einer etwas abweichenden Problemstellung[3]) und der Art der eingeführten Vernachlässigungen unterscheidet.

Herr Macků erhält unter gewissen Einschränkungen und Vernachlässigungen, daß man bei der Bjerknesschen Methode infolge der Rückwirkung des Meßkreises bei beliebiger Koppelung (k)

$$(\mathfrak{d}_{01}+\mathfrak{d}_{02})\sqrt{1+\frac{\pi^2k^2}{\mathfrak{d}_{01}\,\mathfrak{d}_{02}}}$$

statt $\mathfrak{d}_{01}+\mathfrak{d}_{02}$ mißt.

Bei meiner Ableitung hatte ich die Fälle großer und kleiner Differenz der Dekremente $(\mathfrak{d}_{01}-\mathfrak{d}_{02})$ gesondert berechnet. Für großes $(\mathfrak{d}_{01}-\mathfrak{d}_{02})$ erhielt ich für den Stromeffekt im Meßkreis:

$$\mathfrak{J}_{\mathrm{eff}}{}^2=\frac{C}{(1+A/\mathfrak{d}_{01}\,\mathfrak{d}_{02})\,(4\pi^2x^2(1+B)+(\mathfrak{d}_{01}+\mathfrak{d}_{02})^2)},$$

worin die durch die Koppelung hervorgerufenen Korrektionen A und B die Werte haben:

$$A+\frac{\pi^2k^2(\mathfrak{d}_{01}-\mathfrak{d}_{02})^2}{4\pi^2x^2+(\mathfrak{d}_{01}-\mathfrak{d}_{02})^2}$$

$$B=\frac{4\pi^2k^2}{4\pi^2x^2+(\mathfrak{d}_{01}-\mathfrak{d}_{02})^2}.$$

Vernachlässigt man das Produkt der Korrektionen $A.B/\mathfrak{d}_{01}\mathfrak{d}_{02}$ gegen 1, so sieht man leicht, daß sich der obige Ausdruck auf:

$$\mathfrak{J}_{\mathrm{eff}}{}^2=\frac{C}{4\pi^2x^2+(\mathfrak{d}_{01}+\mathfrak{d}_{02})^2\left(1+\frac{\pi^2k^2}{\mathfrak{d}_{01}\,\mathfrak{d}_{02}}\right)}$$

reduziert, und sich das Resultat mithin mit dem von Herrn Macků deckt

Für den Fall kleiner Differenz der Dekremente und zwar, wie ausdrücklich erwähnt, unter der Voraussetzung, daß die Glieder mit $(\mathfrak{d}_{01}-\mathfrak{d}_{02})^2$ zu vernachlässigen seien, ergab sich aus meiner Theorie, daß man bei der Messung nach der Bjerknesschen Methode

$$\sqrt{(\mathfrak{d}_{01}+\mathfrak{d}_{02})^2+4\pi^2k^2}$$

statt $\mathfrak{d}_{01}+\mathfrak{d}_{02}$ erhält. Dieser Ausdruck ist $=$

$$(\mathfrak{d}_{01}+\mathfrak{d}_{02})\sqrt{1+\frac{\pi^2k^2}{\mathfrak{d}_{01}\,\mathfrak{d}_{02}}\left\{1-\left(\frac{\mathfrak{d}_{01}-\mathfrak{d}_{02}}{\mathfrak{d}_{01}+\mathfrak{d}_{02}}\right)^2\right\}},$$

entspricht also ebenfalls bis auf das, der Voraussetzung nach zu vernachlässigende Glied mit $(\mathfrak{d}_{01}-\mathfrak{d}_{02})^2$ dem Resultat des Herrn Macků.

Die Übereinstimmung der gemessenen und der nach Herrn Macků und meiner Formel berechneten Werte der Versuchsreihe Tabelle 9 war daher durchaus nicht „nur zufällig", sondern die Differenz der Dekremente war bei diesem Versuch, der als Beispiel für die Formel

$$\sqrt{(\mathfrak{d}_{01}+\mathfrak{d}_{02})^2+4\pi^2k^2}$$

dienen sollte, absichtlich klein gewählt worden entsprechend der obigen Voraussetzung, unter der die Formel abgeleitet war.

Danzig-Langfuhr, Phys. Inst. d. Techn. Hochschule, 3. Juli 1908.

(Eingegangen 6. Juli 1908.)

Über die Strahlenverteilung an radioaktiven Körpern.

Bemerkung zur gleichnamigen Arbeit von H. Greinacher.

Von Heinrich Willy Schmidt.

Vor kurzem sind von H. Greinacher in dieser Zeitschrift[1]) einige Versuche mitgeteilt worden, die für die Strahlung körperlich verteilter radioaktiver Materie äußerst charakteristisch sind. H. Greinacher hatte auf photographische Platten Stücke metallischen Urans oder uranhaltiger Materie von prismatischer Form gelegt. Nach genügend langer Exposition zeigte das photographische Bild eine ungleichmäßige Verteilung der Strahlung, die gut aus der hier wieder abgedruckten Figur 1 zu erkennen ist und folgendermaßen beschrieben wird. „Neben einer kräftigen Schwärzung unter der trapezförmigen Grundfläche sieht man deutlich die Wirkung der von den Seiten aus-

1) B. Macků, diese Zeitschr. **9**, 437, 1908.
2) M. Wien, Ann. d. Phys. **25**, 625, 1908.
3) Herr Macků berechnet den Stromeffekt nicht im Resonanzkreis selbst, sondern in einem mit diesem sehr lose magnetisch gekoppelten Thermoelement-Kreis von großem Widerstand.

1) H. Greinacher, diese Zeitschr. **9**, 385, 1908.

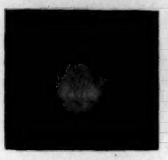


Fig. 1.

gehenden Strahlen. Dabei tritt das eigentümliche Verhalten der Ecken sehr charakteristisch hervor. An jeder Ecke ist eine nicht geschwärzte (in der Figur dunkle) Partie, welche ziemlich durch die direkte Verlängerung der Seiten begrenzt ist. Immerhin ist deutlich zu erkennen, daß bei den spitzeren Ecken der Kontrast größer ist als bei den stumpferen. Je größer der Winkel an der Grundfläche ist, um so mehr Strahlen gehen auch aus der Ecke, bis der Effekt bei einem Winkel von 180^0 schließlich ganz verschwinden muß. Bei genauerem Zusehen wird man etwa noch bemerken können, daß die strahlenfreie Partie nicht spitz an den betreffenden Ecken anhebt."

H. Greinacher erklärt, diesen „Flächeneffekt" durch die Annahme von Sekundärstrahlen. Dabei muß er freilich die Vorstellung zu Hilfe nehmen, daß „alle von einem γ-Strahl erzeugten Sekundärstrahlen hauptsächlich in dessen eigener Richtung (ev. auch in entgegengesetzter) gehen".

Im Gegensatz hierzu glaube ich den beobachteten Effekt lediglich unter der Voraussetzung erklären zu können, daß die aus einer Fläche austretende β-Strahlung dem Lambertschen Kosinusgesetz folgt, daß also (vgl. Fig. 2)

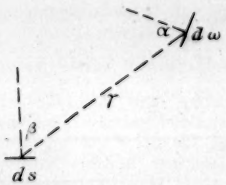


Fig. 2.

das auf ein Flächenelement $d\omega$ auffallende Strahlenquantum (d. h. die in der Richtung β hinweggehende Lichtmenge):

$$L = \frac{i \cdot ds \cdot d\omega \cos\alpha \cos\beta}{\pi r^2} = \frac{i \cdot ds \cdot d\Omega \cos\beta}{\pi} \qquad (1)$$

ist. Hier bedeutet i die Strahlungsintensität, d. h. die gesamte Strahlenmenge, die von der (isoliert gedachten) Flächeneinheit nach allen Richtungen einer Seite hin pro Zeiteinheit ausgesandt wird, und $d\Omega$ die „Kegelecke des Strahlenbündels", d. h. das Flächenelement auf der Kugelfläche von Radius 1. Die Bedeutung der übrigen Bezeichnungen ist aus Fig. 2 zu erkennen.[1])

Bei der Ableitung des Lambertschen Gesetzes wird die Voraussetzung gemacht, „daß die durch ein Oberflächenelement ds eines Körpers heraustretende Strahlung von einem System von strahlenden Punkten ausgeht, die das Innere des Körpers erfüllen und deren Strahlung dort noch Absorption erleidet, ehe sie bis an die Oberfläche gedrungen ist".[2]) Nun, das sind Voraussetzungen, die bei einer β-strahlenden Materie ganz sicher erfüllt sind. Höchstens bedarf es einer Erörterung, ob eine andere bei allen optischen Problemen stets stillschweigend gemachte Voraussetzung auch bei β-Strahlen gelten kann, daß nämlich eine geradlinige Fortpflanzung der Strahlung stattfindet. Bei β-Strahlen ist das ganz sicher nicht der Fall; vielmehr werden die Elektronen von den materiellen Atomen aus ihrer ursprünglichen Bahn abgelenkt werden und in Zickzacklinien durch die Materie hindurchfliegen. Nun haben wir an irgendeiner Stelle Strahlen von allen möglichen Richtungen. „Es wird also ein Verlust, den die in einer bestimmten Richtung fortschreitenden Strahlen durch Streuung erleiden, ganz oder wenigstens zum größten Teil aufgehoben werden durch den Zuwachs von Strahlen, die durch Streuung aus einer beliebigen in die bestimmte Richtung abgelenkt sind."[3]) Aber schließlich muß der Vorgang der diffusen Reflexion bei Lichtstrahlen — nur dann gilt ja das Lambertsche Gesetz — auf dieselbe Weise erklärt werden. Es liegt deshalb nahe, für beide Vorgänge dasselbe Gesetz anzunehmen.[4])

Übrigens kennen wir bereits einige Versuche, die darauf hindeuten, daß das Lambertsche Gesetz wirklich für β-Strahlen gilt. So fand Mc Clelland, daß die Intensität der aus einer Platte austretenden Strahlung sich ungefähr wie der cos des Winkels ändert, den die Strahlen-

1) Ich wähle hier dieselben Bezeichnungen wie Helmholtz-Richarz, Vorlesungen über Theorie der Wärme, Leipzig 1903, S. 147—152, wo eine ausführliche und sehr klare Ableitung des Lambertschen Gesetzes gegeben wird.

2) Helmholtz-Richarz, l. c. S. 149.

3) H. W. Schmidt, Ann. d. Phys. (4), **23**, 679, 1907. — In dieser Arbeit wird auf den Vorgang der Streuung der β-Strahlen näher eingegangen.

4) Es soll hier nicht näher darauf eingegangen werden, ob das Lambertsche Gesetz im Gebiete der Optik überhaupt strenge Gültigkeit hat. Nach den Versuchen verschiedener Autoren scheint die von einer Fläche hinweggehende Strahlung mit zunehmendem Winkel etwas schneller als nach einer Kosinusformel abzunehmen. Ist das der Fall, so gelten die in der vorliegenden Arbeit gegebenen Schlüsse a fortiori. — Bei Thaler (Ann. d. Phys. (4), 11, 996, 1903) ist eine gute Literaturübersicht über das bis 1902 vorliegende Material gegeben.

richtung mit der Plattennormalen bildet. Mc Clelland[1]) benutzte eine Versuchsanordnung, wie sie in Fig. 3 skizziert ist. Es fielen also

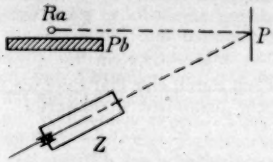


Fig. 3.

β-Strahlen auf eine materielle Platte P und wurden an dieser diffus reflektiert. (Das ist natürlich prinzipiell dasselbe, als ob die Platte ein Selbststrahler wäre.) Die Intensität der in einer bestimmten Richtung weggehenden Strahlung wurde mit Hilfe des Zerstreuungsgefäßes Z gemessen. Vom selben Verfasser[2]) ist auch die von der Rückseite einer Platte ausgehende Strahlung in ihrer Abhängigkeit von der Richtung untersucht worden. Dabei fiel ein annähernd paralleles β-Strahlenbündel auf eine Platte P auf (vgl. Fig. 4). Hier wurde gefunden,

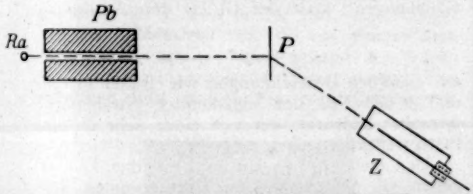


Fig. 4.

daß die auf der Rückseite austretende Strahlung mit zunehmendem Winkel zur Plattennormale sogar noch schneller abnimmt als nach dem Kosinusgesetz.[3, 4])

1) J. A. Mc Clelland, Dublin Trans. (2), **9**, 9, 1906.
2) J. A. McClelland, Dublin Trans. (2), **9**, 46, 1906.
3) Diese schnellere Abnahme kann daher rühren, daß durch die verhältnismäßig recht dünnen Platten (0,08 bezw. 0,15 mm Zn) eine völlige Zerstreuung nicht stattgefunden hatte, sondern daß die Teilchen sich noch vorzugsweise in der ursprünglichen Richtung bewegten.
4) In einer eben erschienenen Arbeit (Proc. Roy. Soc. A. 80, 501, 1908) befaßt sich McClelland ausführlicher mit der Streuung der auf eine Metallfläche fallenden β-Strahlen. Er findet bei senkrechter Inzidenz das Kosinusgesetz beinahe exakt (almost exactly) bestätigt. Bei schräger Inzidenz liegt das Maximum des Effektes in der Einfallsebene auf der anderen Seite vom Einfallslot, als der einfallende Strahl. Eine ganz ähnliche Unsymmetrie der Strahlenverteilung findet Thaler (l. c.) bei seinen optischen Versuchen an matten Glas- und Gipsflächen. Diese Analogie in den elektrischen und optischen Erscheinungen spricht dafür, daß der maßgebende Vorgang ähnlicher Natur ist. In beiden Fällen findet eben eine „Volumreflexion" (diffuse Reflexion, Streuung) und eine Absorption statt. Beim optischen Problem kann sich über die „Volumreflexion" eine Oberflächenreflexion überlagern. Ob das bei dem elektrischen Problem auch der Fall ist, erscheint recht fraglich. Die Unsymmetrie in der Strahlungsverteilung bei den Mc Clellandschen Versuchen rührt deshalb sicher nicht daher, daß die „Sekundärstrahlung" — so nennt Mc Clelland die zerstreute Strahlung — aus zwei Teilen zusammengesetzt ist, der „reflektierten Strahlung" und der „wahren Sekundärstrahlung". — Man wird jedoch über diesen Punkt erst näheres aussagen können, wenn man die für die Streuung der β-Strahlen durch Materie gültigen Gesetze genauer kennt.

Die Intensitätsverteilung nach dem Lambertschen Gesetz ist in Fig. 5 durch Polarkoordinaten dargestellt: zu jedem Winkel β ist

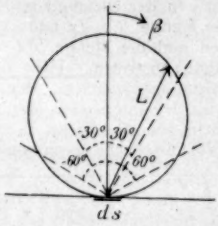


Fig. 5.

als Radiusvektor das Strahlenquantum L der Gleichung (1) in relativem Maße eingetragen. Da nun die auf der photographischen Platte verursachte Schwärzung proportional ist der an einer bestimmten Stelle auftreffenden Strahlenmenge L, so stellt Fig. 5 gleichzeitig den Grad der Schwärzung in Abhängigkeit von Winkel β dar, wenn die Ebene der Figur mit der photographischen Platte identisch ist und das Flächenelement ds senkrecht dazu steht. Haben wir eine endliche Fläche, so werden sich an einer bestimmten Stelle des Raumes die von jedem einzelnen Element ausgehenden Strahlungsintensitäten überlagern. Es ist dann ohne weiteres ersichtlich, daß an einer Kante, wo zwei Ebenen zusammenstoßen, eine geringere Strahlungsintensität vorhanden sein muß als mitten über einer Ebene. Der Effekt wird um so ausgeprägter sein, je spitzer der Winkel ist, unter dem sich die Ebenen schneiden.

Auf einige Versuche von H. Greinacher lohnt es sich noch besonders einzugehen. Greinacher stellte sich die uranhaltige Materie aus einem Uranoxyd-Gipsbrei her und fand, daß selbst ein ziemlich bedeutender Zusatz von Mennige die Strahlungsintensität kaum herunterdrückte. Auch das läßt sich mit den bis jetzt vorliegenden Resultaten über den Durchgang von β-Strahlen durch Materie in Einklang bringen. Es ist von verschiedenen Seiten festgestellt worden, daß die Intensität der Uranstrahlen beim Durchgang durch nicht zu dünne materielle Platten nach einem Exponentialgesetz abnimmt. Bezeichnet man nun mit $\mathcal{J}$ die in

der Volumeinheit pro Sek. ausgesandten β-Strahlen und nimmt der Einfachheit halber an, daß sich die Strahlen bloß in einer Richtung (nach oben oder unten) bewegen, so würde von einer Schicht von der Dicke dx und dem Querschnitt 1 die Menge $\mathcal{J}/2 \cdot dx$ nach oben ausgesandt werden und die Menge $\mathcal{J}/2 dx \cdot e^{-\mu x}$ aus der Oberfläche austreten. Hier bedeutet $1/\mu$ die Durchdringungsfähigkeit der benutzten Strahlenart für die untersuchte Materie. Haben wir eine Platte von der Dicke d, so wird die gesamte an die Oberfläche kommende Strahlung:

$$i = \int_0^d \frac{\mathcal{J}}{2} dx e^{-\mu x} = \frac{\mathcal{J}}{2\mu}\left(1 - e^{-\mu d}\right). \quad (2)$$

Aus dieser Gleichung ist ersichtlich, daß der Grenzwert $\mathcal{J}/2\mu$ um so schneller erreicht wird, je schneller $e^{-\mu d}$ verschwindet, je größer also μ ist. — Bei gleicher spezifischer Strahlungsintensität $\mathcal{J}$ verschiedenartigen Materials wird i um so größer werden, je kleiner μ ist, je weniger also die betreffende Materie absorbiert. — Wir wollen uns das am besten an einem Beispiel klar machen. Nehmen wir z. B. eine Platte metallischen Urans. Die Durchdringungsfähigkeit $1/\mu$ können wir aus einer vom Verf. aufgestellten Tabelle interpolieren.[1]) Aus dieser Tabelle ist nämlich ersichtlich, daß der Quotient μ/D (reziproke Durchdringungsfähigkeit durch Dichte) i. a. mit wachsendem Atomgewicht zunimmt. Nun schwanken diese Quotienten für die vier untersuchten Metalle von hohem Atomgewicht (*Pt, Au, Pb, Bi*) zwischen 9,1 und 9,5. Wir können also, ohne einen großen Fehler zu begehen, für metallisches Uran diesen Wert gleich 9,5 setzen.[2]) Die Dichte D vom Uran ist gleich 18,5; also

$$\mu = 9{,}5 \cdot 18{,}5 = 180 \text{ cm}^{-1}.$$

Setzen wir diesen Wert in Gl. (2) ein, so erkennen wir, daß sich die austretende Strahlung i dem möglichen Maximalwert $\mathcal{J}/2\mu = \mathcal{J}/360$ auf 1 Proz. nähert, wenn $e^{-\mu d} = 0{,}01$ wird, d. h. $\mu \cdot d = 4{,}6$ und $d =$ ca. 0,025 cm. Es sind also schon verhältnismäßig recht dünne Platten metallischen Urans imstande, die mögliche maximale Strahlungsintensität auszusenden.

Jetzt wollen wir uns die Hälfte des Uranvolumens durch metallisches Aluminium ersetzt denken. Für *Al* folgt aus der erwähnten Tabelle

$$\mu = 15 \text{ cm}^{-1}.$$

Für die Mischung *U-Al* wird also angenähert für μ das Mittel aus den Werten von μ für *U* und *Al* allein zu nehmen sein, während die spez. Strahlung nur halb so groß wie die vom Uran ist. Es wird also:

$$\mu = 97{,}5 \text{ cm}^{-1}.$$

Jetzt wird erst durch eine Platte von ca. 0,052 cm der mögliche maximale Grenzwert

$$\frac{\mathcal{J}}{2 \cdot 2 \cdot \mu} = \frac{\mathcal{J}}{390}$$

bis auf 1 Proz. genau erreicht werden. Dieser Grenzwert ist aber trotz der um die Hälfte verminderten spezifischen Strahlungsintensität der Mischung *U-Al* nur um ca. 10 Proz. kleiner als der vom reinen Uran.

Wir erkennen aus diesem Beispiel, daß durch Zusatz inaktiver Materie die aus der Oberfläche austretende, also die meßbare Strahlung, unter Umständen nur sehr wenig beeinflußt wird.

In Wirklichkeit werden nun die Verhältnisse nicht so günstig liegen. Die Gl. (2) ist nämlich ohne Berücksichtigung der in jedem Volumelement reflektierten Strahlung abgeleitet. Zieht man diese in Rechnung, so bekommt man mit Hilfe einiger früher vom Verf. aufgestellten Gleichungen[1]) statt der Gl. (2) den Ausdruck:

$$i = \frac{\mathcal{J}}{2\mu(1-p)} \cdot \frac{1 - e^{-\mu d}}{1 + p e^{-\mu d}}, \quad (3)$$

wo dieselben Bezeichnungen wie früher gelten und p den Teil der einfallenden Strahlungsintensität bedeutet, der von einer sehr dicken Platte reflektiert wird.

Der maßgebende Unterschied der Gl. (3) gegen Gl. (2) besteht im Hinzukommen des Faktors $(1-p)$ im Nenner von Gl. (3). Für Substanzen von geringem Atomgewicht ist p stets kleiner als für Substanzen von hohem Atomgewicht. p wird bei Uran gleich ca. 0,70 werden. Für *Al* ist $p = 0{,}27$. Für die Mischung *U-Al* würde also $p =$ ca. 0,5 zu setzen sein. Die an die Oberfläche kommenden Strahlungen werden sich also für met. Uran und die Mischung *U-Al* ungef. wie $\frac{\mathcal{J}}{108} : \frac{\mathcal{J}}{195}$ verhalten.

Entschieden können wir das aus Gl. (3) erkennen, daß die meßbare Strahlung weniger stark abnehmen muß, als dem Prozentgehalt der beigemengten inaktiven Materie entspricht, wenn bei der Mischung das Produkt $\mu(1-p)$ kleiner ist, als bei dem ursprünglichen Material. Dieses Produkt wird auf jeden Fall kleiner werden, wenn μ kleiner und gleichzeitig p größer wird. Solche Fälle liegen recht wohl im Bereich der Möglichkeit. Zum Beispiel ist nicht ausgeschlossen, daß eine geeignete Mischung Uranoxyd-Gips ein größeres μ, aber

1) H. W. Schmidt, Ann. d. Phys. l. c. S. 694.

2) Verfasser ist augenblicklich mit der Fortsetzung dieser Versuche beschäftigt. Es scheint sich die damals ausgesprochene Vermutung tatsächlich zu bestätigen, daß für den Durchgang einer bestimmten β-Strahlenart durch Materie 2 universelle Konstanten existieren. Kennt man diese für eine einzige Substanz, so kann man mit Hilfe von Atomgewicht und Dichte die für den Durchgang von β-Strahlen maßgebenden Konstanten berechnen. Wenigstens sind die gefundenen Abweichungen nicht größer, als daß sie sich nicht aus der Versuchsanordnung und den bei der Ableitung der Gleichungen gemachten Vernachlässigungen erklären lassen.

1) l. c. Gl. (21), (22), (27), (28).

ein kleineres ρ hat, als Mennige. Ein Zusatz von Mennige zu einer Uranoxyd-Gipsmischung müßte dann, wie Herr Greinacher gefunden, die Strahlung weniger herabsetzen, als es dem Prozentgehalte der inaktiven Materie entspricht.

Auf diesen Punkt ist deshalb ausführlich eingegangen, um zu zeigen, daß es bei allen Versuchen mit β-Strahlen auf 2 Faktoren ankommt: auf die durchgehende und die reflektierte Strahlung. Kann man es einrichten, daß die Durchlässigkeit und das Reflexionsvermögen ansteigt, so werden bei gleichbleibender spezifischer Strahlungsintensität mehr Strahlen als vorher aus der Oberfläche austreten. Die reflektierte Strahlenmenge ist aber ein Maß für die Größe der Streuung, die die β-Strahlen durch Materie erfahren. Nun wird in der Literatur sehr oft die „zerstreute Strahlung" als Sekundärstrahlung bezeichnet. Berücksichtigt man das, so kommt es schließlich auf dasselbe hinaus, ob man mit H. Greinacher sagt: ein Zusatz von Mennige läßt eine starke Emission von Sekundärstrahlen erwarten oder mit dem Verf.: ein solcher Zusatz erhöht das Reflexionsvermögen der Mischung Uranoxyd-Gips.

Bei anderen Versuchen von H. Greinacher haben wir freilich wirkliche Sekundärstrahlung vor uns. Z. B. wird in der Mitte eines ausgehöhlten Bleiwürfels von 1,6 cm Kantenlänge ein Radiumpräparat befestigt und der Würfel auf eine photographische Platte gelegt. Das erhaltene Bild ist in Fig. 6 wiedergegeben.

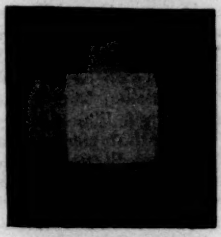


Fig. 6.

Diese Aufnahme zeigt dieselbe Eigentümlichkeit, wie die vorher mit uranhaltiger Substanz hergestellte Aufnahme. Die Erklärung ist sehr einfach: von den γ-Strahlen — denn nur diese können hier in Betracht kommen — werden in jedem Punkt des Bleiklotzes Sekundärstrahlen ausgelöst. Diese Sekundärstrahlen haben, wie aus Versuchen verschiedener Autoren hervorgeht, genau dasselbe Verhalten wie β-Strahlen. Es ist nun prinzipiell gleichgültig, wie in irgendeinem Punkte des Bleiklotzes die β-Strahlen erzeugt werden, ob durch den direkten Zerfall materieller Atome oder ein äußeres Agens. In jedem Fall muß die Intensität der aus einer Fläche austretenden Strahlung nach dem Lambertschen Gesetz vor sich gehen. Denn auch bei Problemen der Optik gilt dieses Gesetz (wenigstens angenähert), mögen wir die diffuse Reflexion (Zerstreuung) eines selbstleuchtenden oder eines durch fremdes Licht beleuchteten Körpers vor uns haben. — Da nun an den Kanten des Bleiklotzes die Intensität der Sekundärstrahlen geringer ist, als in der Mitte einer Fläche — die γ-Strahlen müssen dort eine dickere Bleischicht durchdringen —, so erklärt sich hieraus, daß „die dunklen Ecken nicht die scharfe Begrenzung wie sonst zeigen". Denn die gesamte aus einem Oberflächenelement austretende Strahlungsintensität i (vgl. Gl. (1)) wird eben nach den Kanten zu abnehmen, und dadurch den Intensitätsunterschied zwischen den hellen und dunklen Stellen an den Kanten weniger ausgeprägt erscheinen lassen. — Übrigens ist aus diesem Versuche zu erkennen, daß die photographische Wirkung der γ-Strahlen wohl hauptsächlich von den ausgelösten Sekundärstrahlen herrührt.

Nach den Ausführungen dieser Mitteilung dürfte die Behauptung gerechtfertigt sein, daß sich alle Versuche von H. Greinacher mit Hilfe des Lambertschen Kosinusgesetzes erklären lassen. Ja, wir können diese Versuche direkt als einen Beweis für die (angenäherte) Gültigkeit des Lambertschen Gesetzes auch bei korpuskularen Strahlungen ansehen, und müssen von diesem Standpunkt aus sagen, daß die genannten Versuche einen wertvollen Beitrag zu unserer Kenntnis über die Strahlenverteilung an radioaktiven Körpern bilden.

Gießen, Physikalisches Institut der Universität, 27. Juni 1908.

(Eingegangen 29. Juni 1908.)

Positive Elektronen?

Von A. Bestelmeyer.

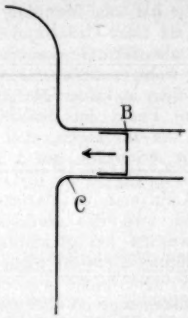
Herr Jean Becquerel[1]) hat auf der Suche nach freien positiven Elektronen Experimente angestellt, die Versuchen des Herrn Lilienfeld[2]) ähnlich sind, und daraus den Schluß gezogen, daß bei der Gasentladung unter näher gekennzeichneten Verhältnissen positive Korpuskular-Strahlen auftreten, deren spezifische Ladung derjenigen der Kathodenstrahl-Elektronen nahekommt. Dieser Schluß beruht zweifellos auf einem Irrtum. Da Herr J. Becquerel weder für elektrostatischen Schutz der positiven noch für magnetische Abschir-

1) Jean Becquerel, C. R. **146**, 1308—1311, 1908.
2) J. E. Lilienfeld, Verh. d. D. Phys. Ges. **8**, 631 bis 635, 1906; **9**, 125—135, 1907.

mung der Kathodenstrahlen Sorge trägt, so kann die scheinbar starke magnetische Ablenkbarkeit der positiven Strahlen durch eine Verlegung ihres Ausgangspunktes oder durch eine elektrostatische Beeinflussung ihrer Bahn vorgetäuscht werden, beides Sekundärwirkungen als Folge der magnetischen Ablenkung der Kathodenstrahlen. Die Angaben in der zitierten Mitteilung sind im allgemeinen nicht hinreichend, um die Ursache der Ablenkung genauer angeben zu können. Nur ein Versuch ist etwas näher beschrieben, und in diesem handelt es sich wohl ziemlich sicher um eine Ablenkung durch elektrostatische Wandladung.

Der Versuch besteht in folgendem: Aus einer Entladungsröhre treten durch eine enge Öffnung Kanalstrahlen in ein Ansatzrohr aus; in der Entladungsröhre sind außerdem Kathodenstrahlen vorhanden. Herr J. Becquerel beobachtet nun, daß die Kanalstrahlen im allgemeinen weder durch schwaches noch starkes Magnetfeld beeinflußt werden. Nur dann, wenn das Magnetfeld gerade so abgepaßt ist, daß die abgelenkten Kathodenstrahlen in der engen Öffnung mit den Kanalstrahlen zusammentreffen, tritt eine starke Ablenkung der Kanalstrahlen ein. Er beobachtet weiter, daß auch dann die Ablenkbarkeit auf die nächste Umgebung der Öffnung beschränkt ist, während dahinter der abgelenkte Strahl wieder geradlinig verläuft. Herr J. Becquerel schließt nun hieraus nicht, daß die Kathodenstrahlen beim Auftreffen auf die enge Öffnung deren Glaswand negativ laden, und diese Wandladung dann eine anziehende und dementsprechend ablenkende Kraft auf die Kanalstrahlen während des Passierens der Öffnung ausübt; er stellt vielmehr die Hypothese auf, daß durch das Zusammentreffen mit den Kathodenstrahlen die Kanalstrahlen vorübergehend in Strahlen mit großer spezifischer Ladung verwandelt werden. Von der Richtigkeit der ersteren Erklärung und der Unhaltbarkeit der zweiten würde sich Herr Becquerel wahrscheinlich leicht überzeugen, wenn er die enge Öffnung und deren Umgebung aus Metall machen würde. Die unsymmetrische Wandladung und damit die elektrostatische Ablenkung, deren Größe ja für Strahlen mit gleicher erzeugender Spannung unabhängig von der spezifischen Ladung ist, würden dann wegfallen.

Es sei hierbei gestattet, auf einen von Herrn Marsh und mir unter ähnlichen Verhältnissen früher angestellten Versuch[1]) etwas näher einzugehen. Durch die Blende B (Fig.) traten in



Richtung des Pfeiles Kathoden- und Kanalstrahlen; wurde ein magnetisches Feld angelegt, so wurden zunächst die Kathodenstrahlen stark, die Kanalstrahlen kaum beeinflußt. Wurde jedoch das Magnetfeld nach und nach verstärkt, so trat eine deutliche Ablenkung der Kanalstrahlen ein in dem Zeitpunkte, als das Kathodenstrahlbündel auf der Wand bei C einen Fluoreszenzfleck erzeugte, und zwar erfolgte dann die Ablenkung der Kanalstrahlen nach derselben Seite wie diejenige der Kathodenstrahlen. Eine Krümmung im weiteren Verlauf der Kanalstrahlen war auch dann nicht bemerkbar.

Die Versuche des Herrn J. Becquerel vermögen demnach nichts an der Tatsache zu ändern, daß bisher keinerlei Beobachtungen vorliegen, die auf das Vorkommen freier positiver Elektronen bei Gasentladungen hindeuten.

Nachtrag bei der Korrektur: In einer neuerdings erschienenen Note[1]) bespricht Herr J. Becquerel einige Einwände gegen seine Versuche. Er erwähnt hierbei, daß die Ablenkung der positiven Strahlen in dem erwähnten Versuch nach der entgegengesetzten Seite wie die der Kathodenstrahlen erfolgte, und schließt daraus, daß nicht Ablenkung durch elektrostatische Wandladung vorliegen könne. Diese Schlußfolgerung wäre richtig, wenn die Röhre in bezug auf Form (Zuleitungen) und Oberflächenbeschaffenheit vollständig symmetrisch wäre. Da dies bei Glasröhren nie der Fall ist, ist auch die obige Schlußweise nicht beweiskräftig.

1) C. R. **147**, 121—124, 1908.

Göttingen, Physikalisches Institut der Universität, 8. Juli 1908.

(Eingegangen 10. Juli 1908.)

1) A. Bestelmeyer u. S. Marsh, Verh. d. D. Phys. Ges. **9**, 760, 1907.

VORTRÄGE UND REDEN.

Die Beziehung zwischen Materie und Äther im Lichte der neueren Forschungen auf dem Gebiete der Elektrizität.

Adamson-Vorlesung[1]), gehalten am 4. Novbr. 1907 an der Universität Manchester.

Von J. J. Thomson.

Als ich die Aufforderung erhielt, die Vorlesung zum Gedächtnis Adamsons zu halten, zögerte ich zunächst sehr, sie anzunehmen. Ich hatte das Gefühl, daß ein gewisser Widerspruch darin läge, wenn eine Vorlesung, die zum Gedächtnis eines großen Meisters der Metaphysik gestiftet worden ist, von einem Manne gehalten wurde, der keine Befähigung besitzt, über dieses Gebiet zu sprechen. Ich beruhigte mich indessen, als ich mir vergegenwärtigte, in wie weitem Maße Professor Adamson der geistigen Betätigung in jeglicher Form Sympathien entgegenbrachte, und wieweit das Gebiet der Metaphysik reicht. Es gibt in der Tat einen Teil der physikalischen Wissenschaft, wo die Probleme sehr analog denen sind, mit denen sich der Metaphysiker beschäftigt. Wie es nämlich das Ziel des Letzteren ist, die wenigsten und einfachsten Begriffe aufzufinden, mit denen man die Erscheinungen der Geisteswelt umfassen kann, so gibt es einen Zweig der Physik, der sich nicht sowohl mit der Entdeckung neuer Erscheinungen oder der praktischen Anwendung alter beschäftigt, als vielmehr mit der Erörterung solcher Vorstellungen, die imstande sind, anscheinend so verschiedenartige Erscheinungen wie Licht und Elektrizität, Schall und Mechanik, Wärme und chemische Wirkung miteinander zu verknüpfen. Für manche Menschen besitzt diese Seite der Physik besondere Anziehungskraft; sie finden in dem physikalischen Universum mit seinen Myriaden von Erscheinungen und seiner scheinbaren Verwickeltheit ein Problem, daß sie unaufhörlich und unwiderstehlich fesselt. Ihr Geist bäumt sich auf gegen die Verschiedenartigkeit und Verwickeltheit, die sie rings um sich herum sehen, und es treibt sie, einen Gesichtspunkt zu suchen, von dem aus so verschiedenartige Erscheinungen wie Licht, Wärme, Elektrizität und chemische Wirkung als verschiedene Offenbarungen einiger weniger allgemeiner Prinzipien erscheinen. Betrachtet man das Weltall als eine Maschine, so interessieren diese Leute sich nicht so sehr dafür, was sie zu leisten vermag, als vielmehr dafür, wie sie arbeitet, und wie sie gebaut ist; und wenn es ihnen gelungen ist, wenigstens zu ihrer eigenen Befriedigung auch nur einen winzig kleinen Teil dieses Problems zu lösen, so empfinden sie eine solche Freude, daß die Frage: „Was ist der Wert der Hypothese?" ihnen ebenso nebensächlich erscheint wie die Fragen: „Was ist der Wert der Dichtkunst?" „Was ist der Wert der Musik?" „Was ist der Wert der Philosophie?".

Neuere Forschungen auf dem Gebiete der Elektrizität haben viel dazu beigetragen, verschiedene Zweige der Physik zu vereinigen, und ich möchte heute abend Ihre Aufmerksamkeit auf einige Folgerungen lenken, die sich aus der Anwendung des Prinzips von der Gleichheit zwischen Wirkung und Gegenwirkung — Newtons drittes Bewegungsgesetz — auf einige dieser Untersuchungen ergeben. Nach diesem Prinzip ist die gesamte Bewegungsgröße in jedem in sich geschlossenen System, das heißt in jedem System, das von anderen Systemen unbeeinflußt ist, konstant; wenn also irgendein Teil eines solchen Systems an Bewegungsgröße gewinnt, so muß gleichzeitig ein anderer Teil des Systems einen gleichen Betrag von Bewegungsgröße einbüßen. Dieses Gesetz bildet nicht nur die Grundlage unseres gewöhnlichen Systems der Dynamik, es ist auch eng verknüpft mit unserer Auslegung des großen Prinzips von der Erhaltung der Energie, und sein Versagen würde diesem Prinzip viel von seiner Bedeutung rauben. Nach diesem Prinzip ist die Summe der kinetischen und der potentiellen Energie in einem System konstant; wir wollen einen Augenblick überlegen, wie wir die kinetische Energie zu schätzen haben. Uns scheinen die Gegenstände in diesem Zimmer in Ruhe zu sein, und wir würden sagen, daß ihre kinetische Energie Null wäre. Einem Beobachter dagegen, der beispielsweise auf dem Mars wäre, würden diese Gegenstände nicht als in Ruhe befindlich erscheinen, sondern mit einer beträchtlichen Geschwindigkeit in Bewegung begriffen, denn sie würden die Geschwindigkeit haben, welche von der Drehung der Erde um ihre Achse und die, welche von der Drehung der Erde um die Sonne herrührt. Die Schätzung der kinetischen Energie, die ein Beobachter auf dem Mars anstellen würde, würde also von der unsrigen sehr verschieden sein. Es entsteht nun die Frage, gilt das Prinzip der Erhaltung der Energie für diese beiden Schätzungsweisen der kinetischen Energie, oder hängt es davon ab, welches besondere Achsensystem wir zur Messung der Geschwindigkeit der Körper benutzen?

[1]) Die Adamson-Vorlesung wird alle zwei Jahre von einem hervorragenden Vertreter der Philosophie, Literatur oder Naturwissenschaft gehalten. Diese Stiftung wurde im Jahre 1903 von Freunden und früheren Kollegen zum Gedächtnis von Robert Adamson, von 1876 bis 1893 Professor der Logik am Owens College, begründet.

Nun, wir können leicht nachweisen, daß, wenn das Prinzip der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung richtig ist, auch das Prinzip der Erhaltung der Energie gültig ist, welche Achsen wir auch immer zur Messung unserer Geschwindigkeiten benutzen, daß aber, wenn Wirkung und Gegenwirkung nicht gleich und entgegengesetzt gerichtet sind, dieses Prinzip nur dann gelten wird, wenn die Geschwindigkeiten in bezug auf ein besonderes Achsensystem gemessen werden.

Das Prinzip von Wirkung und Gegenwirkung ist also eine der Grundlagen der Mechanik, und ein System, in welchem dieses Prinzip nicht gelten würde, wäre ein solches, dessen Verhalten wir durch keinerlei mechanisches Modell würden nachahmen können. Das Studium der Elektrizität macht uns indessen mit Fällen bekannt, in denen die Wirkung anscheinend nicht gleich der Gegenwirkung ist. Nehmen wir beispielsweise den Fall zweier in schneller Bewegung begriffener elektrischer Körper A und B, so können wir nach den Gesetzen der Elektrizität die Kräfte berechnen, welche sie aufeinander ausüben, und wir finden, daß — mit Ausnahme des Falles, in dem sie sich mit derselben Geschwindigkeit und in derselben Richtung bewegen — die Kraft, welche A auf B ausübt, nicht gleich und entgegengesetzt gerichtet der Kraft ist, welche B auf A ausübt, so daß die Bewegungsgröße des aus A und B gebildeten Systems nicht konstant bleibt. Müssen wir aus diesem Ergebnis schließen, daß Körper, wenn sie elektrisiert sind, dem Dritten Gesetz nicht unterliegen, und daß daher jede mechanische Erklärung der von solchen Körpern ausgehenden Kräfte unmöglich ist, so würde das bedeuten, daß wir die Hoffnung aufgeben müssen, elektrische Erscheinungen als aus den Eigenschaften bewegter Materie entspringend anzusehen. Glücklicherweise ist dies indessen nicht notwendig. Wir können, einem berühmten Muster folgend, eine neue Welt ins Leben rufen, um die Mängel der alten zu ergänzen. Wir können annehmen, daß mit A und B ein anderes System verbunden ist, das zwar unsichtbar ist, aber doch Masse besitzt und daher Bewegungsgröße aufzuspeichern vermag, so daß, wenn die Bewegungsgröße des Systems A, B sich ändert, die Bewegungsgröße, welche von A verloren worden und nicht auf B übergegangen ist, in dem mit ihnen in Verbindung stehenden System aufgespeichert wird, und daß A und B zusammen mit dem unsichtbaren System ein System bilden, das den gewöhnlichen Gesetzen der Mechanik gehorcht, und dessen Bewegungsgröße konstant ist. Wir begegnen in unserer gewöhnlichen Erfahrung Fällen, die dem soeben betrachteten in jeder Hinsicht analog sind. Nehmen wir beispielsweise den Fall zweier Kugeln, A und B, die sich in einem Gefäß mit Wasser bewegen, so wird A bei seiner Bewegung das Wasser rings um sich herum verschieben und Strömungen hervorrufen, die gegen B spülen und dessen Bewegung verändern werden; die beiden in Bewegung begriffenen Kugeln werden also scheinbar Kräfte aufeinander ausüben; diese Kräfte sind von Kirchhoff berechnet worden und ähneln in vieler Hinsicht den zwischen bewegten elektrischen Ladungen wirkenden Kräften, insbesondere sind, wenn sich die beiden Kugeln nicht mit derselben Geschwindigkeit und in derselben Richtung bewegen, die zwischen ihnen wirkenden Kräfte nicht gleich und entgegengesetzt gerichtet, so daß die Bewegungsgröße der beiden Kugeln nicht konstant ist. Wenn wir jedoch, statt unsere Aufmerksamkeit nur auf die Kugeln zu beschränken, auch das Wasser einschließen, in dem sie sich bewegen, so finden wir, daß die Kugeln zusammen mit dem Wasser ein System bilden, welches den gewöhnlichen Gesetzen der Dynamik gehorcht, und dessen Bewegungsgröße konstant ist, da die von den Kugeln verlorene oder gewonnene Bewegungsgröße von dem Wasser gewonnen oder verloren wird. Der Fall ist eine vollkommene Parallele zu dem der bewegten elektrischen Ladungen, und wir können daraus schließen, daß wenn wir ein System haben, dessen Bewegungsgröße nicht konstant ist, wir daraus nicht den Schluß ziehen müssen, daß das dritte Newtonsche Gesetz versagt, sondern den, daß unser System nicht, wie wir vorausgesetzt hatten, isoliert, sondern mit einem andern System verbunden ist, welches die von dem ersten verlorene Bewegungsgröße aufspeichern kann, und daß die Bewegung des gesamten Systems mit den gewöhnlichen Gesetzen der Mechanik in Einklang steht.

Kehren wir zu dem Fall der elektrisierten Körper zurück, so sehen wir also, daß sie mit irgendeinem unsichtbaren universalen Etwas verbunden sein müssen, das wir den Äther nennen können, und daß dieser Äther Masse besitzen muß und in Bewegung versetzt werden muß, wenn die elektrisierten Körper bewegt werden. Wir sind also von einem unsichtbaren universalen Etwas umgeben, mit dem wir durch Vermittelung elektrisierter Körper in Berührung gelangen können; ob dieses Etwas durch Körper in Bewegung versetzt werden kann, die nicht elektrisiert sind, ist eine Frage, auf die wir einstweilen noch keine entscheidende Antwort haben.

Wir wollen uns für den Augenblick auf den Fall elektrisierter Körper beschränken. Der Umstand, daß diese, wenn sie sich bewegen, etwas von dem Äther in Bewegung versetzen, muß ihre scheinbare Masse beeinflussen: aus

genau demselben Grunde, aus dem die scheinbare Masse eines Körpers größer ist, wenn er in Wasser taucht, als wenn er in einem Vakuum ist; wenn wir den Körper durch das Wasser bewegen, so haben wir nicht nur den Körper selbst in Bewegung zu versetzen, sondern auch etwas von dem ihn umgebenden Wasser, und in manchen Fällen kann die von dieser Ursache herrührende Zunahme der scheinbaren Masse des Körpers viel größer sein als die Masse des Körpers selbst; das ist beispielsweise der Fall bei Luftblasen im Wasser, die sich verhalten, als ob ihre Masse vielhundertfach so groß wäre wie die Masse der in ihnen eingeschlossenen Luft. Im Falle der elektrisierten Körper können wir uns ausmalen, daß die Verbindung zwischen ihnen und dem sie umgebenden Äther folgendermaßen hergestellt wird: wir können annehmen, daß die elektrischen Kraftlinien, die von diesen geladenen Körpern ausgehen und durch den Äther verlaufen, bei ihrem Fortschreiten sozusagen etwas von dem Äther ergreifen und mit sich fortführen. Nach den Gesetzen der Elektrizität können wir die von diesen Linien in jedem Teile des von ihnen durchlaufenen Raumes erfaßte Masse des Äthers berechnen. Die Ergebnisse dieser Berechnung lassen sich in sehr einfacher Weise ausdrücken. Faraday und Maxwell haben uns gelehrt, den Sitz der potentiellen Energie eines elektrisierten Körpers in dem das System umgebenden Raume und nicht in dem System selbst zu suchen, und zwar besitzt jeder Teil des Raumes eine Menge dieser Energie, für die Maxwell einen sehr einfachen Ausdruck gegeben hat. Es ist nun bemerkenswert, daß, wenn wir die Masse des von den elektrischen Kraftlinien in irgendeinem Teile des die geladenen Körper umgebenden Raumes erfaßten Äthers berechnen, daß wir sie dann genau proportional dem Betrage der potentiellen Energie in diesem Raume finden, und zwar ist diese Masse durch die Regel bestimmt, daß sie, wenn sie sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegen würde, eine kinetische Energie besitzen würde, die gleich der elektrostatischen Energie in dem betreffenden Teile des Raumes wäre, für den wir die Masse berechnen. Die Gesamtmasse des Äthers, die von einem elektrischen System erfaßt wird, ist also proportional der elektrostatischen potentiellen Energie dieses Systems. Da der Äther nur durch die seitliche Bewegung der Kraftlinien in Bewegung gesetzt wird, und nicht durch ihre longitudinale Bewegung, so wird die tatsächliche Masse des in Bewegung versetzten Äthers etwas kleiner sein, als sie sich aus der obengenannten Regel ergeben würde, ausgenommen den Spezialfall, daß alle Kraftlinien sich senkrecht zu ihrer Längsrichtung bewegen. Die geringe Korrektion für dieses Gleiten der Kraftlinien durch den Äther beeinflußt den allgemeinen Charakter des Effektes nicht, und ich werde der Kürze halber im folgenden die Masse des durch ein elektrisiertes System in Bewegung gesetzten Äthers als der potentiellen Energie dieses Systems proportional annehmen. Mit dem elektrisierten Körper ist somit ein ätherischer Astralkörper verbunden, den er bei seiner Fortbewegung mit sich zu führen hat, und der seine scheinbare Masse vergrößert. Wir können nun erwarten, daß dieses Stück unsichtbaren Universalstoffes, welches der geladene Körper mit sich führt, Eigenschaften hat, die von denen der gewöhnlichen Materie sehr verschieden sind: dieser unsichtbare Stoff würde natürlich der chemischen Analyse widerstehen und vermutlich der Schwerkraftsanziehung unterliegen; es ist also ein sehr interessantes Problem, zu sehen, ob wir irgendeinen Fall entdecken können, in welchem die ätherische Masse einen merklichen Bruchteil der Gesamtmasse ausmacht, und die Eigenschaften eines derartigen Körpers dann mit denen eines solchen zu vergleichen, bei dem die ätherische Masse unbedeutend ist. Nun genügt die roheste Berechnung, um zu zeigen, daß in jedem elektrisierten Körper, beispielsweise in einer elektrisierten Kugel oder in geladenen Leidener Flaschen, die ätherische Masse, die der Körper infolge dieser seiner Elektrisierung besitzt, im Vergleich mit seiner Gesamtmasse absolut bedeutungslos ist. Statt indessen Körper von wahrnehmbarer Größe zu betrachten, wollen wir zu den Atomen übergehen, aus denen sich diese Körper zusammensetzen, und wollen die wahrscheinliche Annahme machen, daß diese Atome elektrische Systeme sind, und daß die Kräfte, die sie ausüben, elektrischen Ursprungs sind. Dann wird die bei der Vereinigung der Atome verschiedener Elemente verausgabte Wärme gleich der Verminderung der gegenseitigen elektrostatischen potentiellen Energie der sich verbindenden Atome sein, und daher nach dem vorstehenden ein Maß für die Verminderung der den Atomen anhaftenden ätherischen Masse bilden. Nach dieser Anschauungsweise wird die Verringerung in der ätherischen Masse eine Masse sein, die, mit Lichtgeschwindigkeit sich bewegend, einen Betrag an kinetischer Energie gleich dem mechanischen Äquivalent der durch die chemische Verbindung der Atome entwickelten Wärme besitzt. Als Beispiel wollen wir den Fall der chemischen Verbindung betrachten, die von allen zwischen gewöhnlichen Stoffen verlaufenden von der größten Wärmeentwicklung begleitet ist, nämlich der Verbindung zwischen Wasserstoff und Sauerstoff. Bei der Vereinigung von Wasserstoff und Sauerstoff zur Bildung von einem Gramm Wasser werden

4000 Kalorien oder $16{,}8 \cdot 10^{10}$ Erg entwickelt; die Masse, die, wenn sie sich mit Lichtgeschwindigkeit, also mit $3 \cdot 10^{10}$ cm/sec, bewegt, diesen Betrag an kinetischer Energie besitzt, ist $3{,}7 \cdot 10^{-10}$ Gramm, und so groß ist demnach die Verminderung in der ätherischen Masse, die Platz greift, wenn sich Wasserstoff und Sauerstoff verbinden und 1 Gramm Wasser bilden. Diese Verminderung beträgt nur ungefähr $^1/_{3000\,000\,000}$ der Gesamtmasse und liegt daher fast außerhalb der Reichweite des Experiments; wir können daher schließen, daß der Versuch, in irgendeinem gewöhnlichen Fall von chemischer Verbindung diese Veränderung wahrzunehmen, nicht gerade vielversprechend ist. Aussichtsreicher scheint der Fall bei den radioaktiven Stoffen zu sein, denn die Wärmemenge, welche Radium bei seinen Umwandlungen verausgabt, ist bei gleichen Gewichtsmengen ungeheuer viel größer als die von den gewöhnlichen chemischen Elementen bei ihrer Vereinigung abgegebene. Beispielsweise schätzt Rutherford, daß ein Gramm Radium während seiner Lebensdauer eine Energiemenge gleich $6{,}17 \cdot 0^{16}$ Erg abgibt; wenn diese Menge aus der elektrischen potentiellen Energie der Radiumatome stammt, so müssen die Atome in einem Gramm Radium zum mindesten diesen Betrag an potentieller Energie besitzen, sie müssen daher mit einer ätherischen Masse von $^1/_8$ bis $^1/_7$ Milligramm vergesellschaftet sein, denn diese Masse würde eine kinetische Energie gleich $6{,}7 \cdot 10^{16}$ Erg haben, wenn sie sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegte. Wir folgern daraus, daß in jedem Gramm Radium mindestens $^1/_8$ Milligramm, also ungefähr $^1/_{8000}$, aus Äther bestehen muß. Betrachtungen dieser Art veranlaßten mich vor einiger Zeit, Versuche mit Radium anzustellen, um zu sehen, ob ich irgendein Anzeichen dafür entdecken könnte, daß ein Teil seiner Masse von abnormer Beschaffenheit sei. Die beste Prüfungsmethode, die ich finden konnte, bestand darin, zu sehen, ob das Verhältnis zwischen Masse und Gewicht für Radium dasselbe war wie für gewöhnliche Stoffe. Wenn der Teil der Masse des Radiums, der dem Äther zukommt, gewichtslos wäre, so würde ein Gramm Radium weniger wiegen als ein Gramm eines Stoffes, an dessen Masse der Äther keinen so großen Anteil hat. Nun kann man das Verhältnis zwischen Masse und Gewicht sehr genau erhalten, wenn man die Schwingungszeit eines Pendels mißt. Ich konstruierte deshalb ein Pendel, dessen Linse aus Radium hergestellt war, versetzte es in einem Vakuum in Schwingungen und bestimmte seine Schwingungszeit, um zu sehen, ob sie dieselbe war wie die eines Pendels von derselben Länge, dessen Linse aus Messing oder Eisen besteht. Leider ist Radium nicht in großen Mengen erhältlich, und das Radiumpendel war daher sehr leicht und schwang daher nicht so andauernd, wie es bei einem schweren Pendel der Fall gewesen wäre; dadurch wurden sehr genaue Bestimmungen der Schwingungszeit unmöglich, aber ich vermochte doch zu zeigen, daß die Schwingungszeit eines Radiumpendels bis auf etwa $^1/_{3000}$ dieselbe war wie die eines Pendels von derselben Größe und Gestalt aus Messing oder Eisen. Der geringste Unterschied, den wir nach der Theorie zu erwarten hätten, ist $^1/_{8000}$; dieser Versuch zeigt also, daß, sofern überhaupt eine Anomalie in dem Verhältnis zwischen Masse und Gewicht beim Radium besteht, sie jedenfalls nicht viel größer ist als die auf Grund der vom Radium während seiner Umwandlung abgegebenen Wärmemenge berechnete. Mit größeren Pendeln kann man den Wert des Verhältnisses zwischen Masse und Gewicht mit viel größerer Genauigkeit bestimmen als 1:8000; beispielsweise hat vor dreiviertel Jahrhunderten Bessel gezeigt, daß dieses Verhältnis für Elfenbein und für Messing mit einer Genauigkeit von mindestens 1:100000 dasselbe sei, und mit besonders für derartige Untersuchung gebauten Apparaten könnte man noch größere Genauigkeit erreichen. Als ich meine Versuche mit dem Radiumpendel anstellte, war die enge Beziehung zwischen den in radioaktiven Mineralien enthaltenen Mengen Uranium und Radium noch nicht entdeckt; diese Beziehung macht es äußerst wahrscheinlich, daß das Radium vom Uranium abstammt, und daß dieses Metall bei gleicher Gewichtsmenge mehr elektrische potentielle Energie besitzen und daher einen größeren Teil seiner Masse im Äther begründet haben dürfte als Radium selbst. Das führt zu dem Schlusse, daß Uranium eher der für den Pendelversuch geeignete Stoff ist als Radium, besonders, da man Uranium leicht in hinreichend großen Mengen erhalten kann, um das Pendel von der Größe und Gestalt herstellen zu können, welche die genauesten Ergebnisse liefern. Es würde daher nach meinem Dafürhalten nicht unmöglich sein, das Verhältnis zwischen Masse und Gewicht für Uranium mit einer Genauigkeit von $^1/_{250\,000\,000}$ zu bestimmen.

Wenngleich wir auf diesem Wege nicht imstande gewesen sind, einen unmittelbaren experimentellen Beweis für das Vorhandensein eines Teiles der Masse im Äther zu erhalten, so befinden wir uns bezüglich einer hiermit in engem Zusammenhang stehenden Erscheinung in einer günstigeren Lage. Ich meine den Einfluß der Geschwindigkeit eines Körpers auf seine scheinbare Masse. Wir haben gesehen, daß die von irgendeinem elektrischen System gebundene Masse der elektrischen potentiellen Energie dieses Systems proportional ist. Wir wollen

jetzt das einfachste elektrische System nehmen, das wir finden können, — eine auf einer kleinen Kugel konzentrierte Elektrizitätsladung. Wenn die Kugel in Ruhe befindlich ist, so sind die Linien elektrischer Kraft nach allen Richtungen rings um die Kugel gleichförmig verteilt. Wenn die Kraftlinien in dieser Weise angeordnet sind, so ist die elektrische potentielle Energie kleiner als bei irgendeiner andern möglichen Verteilung der Kraftlinien. Wir wollen nun annehmen, daß die Kugel in schnelle Bewegung versetzt werde; die elektrischen Kraftlinien haben dann das Bestreben, sich senkrecht zu der Richtung zu stellen, in der sie sich bewegen; sie streben also dahin, die Vorder- und die Rückseite der Kugel frei zu geben und sich in der Mitte anzuhäufen. Die elektrische potentielle Energie wird durch diesen Vorgang vermehrt, und da die von den elektrischen Kraftlinien gebundene Äthermasse dieser Energie proportional ist, so wird diese Masse größer sein, als wenn die Kugel in Ruhe ist. Der Unterschied ist sehr klein, solange die Geschwindigkeit der Kugel nicht der Lichtgeschwindigkeit nahe kommt; wenn das aber eintritt, so ist die Vermehrung der Masse sehr groß. Es ist Kaufmann gelungen, das Vorhandensein dieses Effekts an den von Radium ausgesandten β-Strahlen nachzuweisen. Das sind negativ elektrische Teilchen, die mit großen Geschwindigkeiten vom Radium ausgeschleudert werden; die Geschwindigkeit der schnellsten unter ihnen ist nur einige wenige Prozent geringer als die Lichtgeschwindigkeit; neben diesen bewegen sich andere mit viel geringerer Geschwindigkeit. Kaufmann bestimmte die Masse der verschiedenen Teilchen und fand, daß die Masse um so größer war, je größer die Geschwindigkeit war, und zwar betrug die Masse der sich schneller bewegenden Teilchen sogar dreimal soviel wie die der langsameren. Diese Versuche führten auch zu dem sehr interessanten Ergebnis, daß die gesamte Masse dieser Teilchen von der Elektrizitätsladung herrührt, die sie mitführen. Nach der von uns erörterten Anschauungsweise bedeutet dies, daß die gesamte Masse dieser Teilchen von dem Äther herrührt, den ihre Kraftlinien erfaßt haben.

Wenn Linien elektrischer Kraft den Äther erfassen, so wird eine Lichtwelle von der Bewegung eines Teiles des Äthers in der Fortpflanzungsrichtung des Lichtes begleitet sein, denn nach der elektromagnetischen Lichttheorie sind Lichtwellen Wellen elektrischer Kraft, die mit einer Geschwindigkeit von 180000 (englischen) Meilen in der Sekunde fortschreiten, und die Linien elektrischer Kraft führen einen Teil des Äthers mit sich fort. Die Menge dieser mitbewegten Äthermasse läßt sich leicht auf Grund der Regel berechnen, daß sie einen Betrag an kinetischer Energie gleich der elektrostatischen potentiellen Energie des Lichtes besitzen würde, falls sie mit Lichtgeschwindigkeit fortschreiten würde. Da die elektrostatische Energie die Hälfte der Energie in der Lichtwelle beträgt, so folgt daraus, daß die Masse des in Bewegung befindlichen Äthers in der Volumeneinheit der Energie des Lichtes in diesem Volumen, dividiert durch das Quadrat der Lichtgeschwindigkeit gleich ist. Wenn also ein Körper strahlt, so wird ein Teil des Äthers, den der Körper erfaßt hat, durch die Strahlung mit nach außen getragen; diese Masse ist im allgemeinen außerordentlich klein; beispielsweise finden wir durch Anwendung der eben angegebenen Regel, daß die Masse, welche jedes Quadratzentimeter der Oberfläche eines Körpers von der Temperatur der Sonne aussendet, nur etwa 1 Milligramm jährlich ist. Wir würden erwarten, daß wenn ein Teil des Äthers an einen Körper durch seine Kraftlinien gebunden ist und durch Strahlung fortgeführt wird, daß dann ein anderer Teil des Äthers, der nicht mit dem Körper verbunden ist, herbeiströmen und an die Stelle des früheren treten wird. Infolge der von allen Körpern ausgehenden Strahlung wird somit der sie umgebende Äther ziemlich in derselben Weise in Bewegung gesetzt werden, als wenn eine Reihe von Quellen und Senken über die Körper verteilt wären.

Obschon die tatsächliche Äthermasse, die mit einer Lichtwelle fortschreitet, außerordentlich klein ist, so ist doch ihre Geschwindigkeit, die ja die des Lichtes ist, so groß, daß selbst eine sehr kleine Masse eine merkliche Bewegungsgröße besitzt. Wenn das Licht bei seinem Durchgang durch ein nicht vollkommen durchsichtiges Medium absorbiert wird, so wird auch diese Bewegungsgröße absorbiert werden und sich dem Medium mitteilen und dieses in der Fortpflanzungsrichtung des Lichtes zu bewegen suchen; es wird somit den Anschein haben, als ob das Licht einen Druck auf das Medium ausübt. Dieser Druck, den man als Strahlungsdruck bezeichnet, ist von Lebedew, von Nichols und Hull und von Poynting nachgewiesen und gemessen worden. Alle Erscheinungen, die mit diesem Druck in Verbindung stehen, lassen sich sehr einfach auf Grund der Anschauung erklären, daß das Licht eine Bewegungsgröße in seiner Fortpflanzungsrichtung besitzt. Daß das Licht eine Bewegungsgröße besitzt, unter der Annahme, daß das Licht eine elektrische Erscheinung sei, ist auf Grund einigermaßen abstruser Betrachtungen abgeleitet worden. Nach der alten Newtonschen Emissionstheorie ist es ohne weiteres klar, daß diese Bewegungsgröße existieren muß, denn sie ist eben die Bewegungsgröße der Teilchen, welche das Licht darstellen. Es ist merk-

würdig, wie neuere Forschungen gezeigt haben, daß viele von den Eigenschaften des Lichtes, von denen man annehmen könnte, sie wären charakteristisch für einen Vorgang, wie ihn die Emissionstheorie voraussetzt, dem Licht auch zukommen müssen, wenn es eine elektrische Erscheinung ist. Auf eine Folgerung aus der Emissionstheorie möchte ich kurz hinweisen, weil ich glaube, daß sie mit den tatsächlichen Eigenschaften des Lichtes besser in Einklang steht, als die Anschauung, zu der uns die Annahme der elektromagnetischen Theorie in der Form führen würde, in der sie gewöhnlich dargestellt wird. Die aktiven Agenzien sind nach der Emissionstheorie diskrete Teilchen, und ein Lichtstrahl besteht aus einem Schwarm solcher Teilchen; dabei ist das von diesen Teilchen eingenommene Volumen nur ein kleiner Bruchteil des Volumens, in dem sie verteilt sind. Die Stirnfläche der Lichtwelle würde nach dieser Auffassung aus einer Menge kleiner heller Flecken bestehen, die über einen dunklen Grund verstreut wären; die Wellenfront ist in der Tat porös und hat eine Struktur. Nach der elektrischen Lichttheorie in ihrer gewöhnlichen Form wird nun stillschweigend angenommen, daß die elektrische Kraft überall auf der ganzen Stirnfläche der Welle gleichförmig ist, daß keine freien Räume vorhanden sind, und daß die Stirnfläche keine Struktur hat. Das ist kein notwendiger Bestandteil der elektrischen Theorie, und ich glaube, daß Beweise dafür vorliegen, daß in Wirklichkeit die Stirnfläche der Welle mehr einer Anzahl heller Flecken auf dunklem Grunde gleicht als einer gleichförmig beleuchteten Fläche. Ich darf hier wohl einen dieser Beweise anführen: Wenn ein Lichtblitz, besonders von ultraviolettem Licht, auf eine Metallfläche fällt, so werden von dieser Fläche negativ elektrische Korpuskeln ausgesendet, wenn wir aber, wie es möglich ist, deren Anzahl messen, so finden wir, daß nur ein höchst unbedeutender Bruchteil der Moleküle, über die die Stirnfläche der Welle hinweggegangen ist, solche Korpuskeln ausgesendet hat. Wenn die Stirnfläche der Welle kontinuierlich wäre, so würden sich alle Moleküle des dem Lichte ausgesetzten Metalls unter denselben Verhältnissen befinden, und wenn auch die Moleküle, wie die eines Gases, sehr verschiedene Mengen kinetischer Energie besitzen könnten, so würde dieser Unterschied nicht im geringsten hinreichen, um das ungeheure Mißverhältnis zwischen der Anzahl der von dem Licht getroffenen Moleküle und der Anzahl derer aufzuklären, welche Korpuskeln aussenden. Dieses Mißverhältnis wäre indessen leicht verständlich, wenn wir annehmen, daß die Stirnfläche der Welle nicht stetig, sondern voller Löcher ist, so daß nur eine kleine Anzahl der Moleküle unter den Einfluß der elektrischen Kraft im Licht gerät. Wir können annehmen, daß das Licht aus kleinen Transversalimpulsen besteht, und daß Wellen längs einzelner elektrischer Kraftlinien fortschreiten, die überall im Äther verstreut sind, und daß die Verminderung in der Lichtintensität beim Fortschreiten von einer Lichtquelle aus nicht so sehr von der Schwächung der einzelnen Impulse herrührt, als vielmehr von ihrer weiteren Trennung voneinander, gerade wie nach der Emissionstheorie die Energie der einzelnen Teilchen bei der Ausbreitung des Lichtes nicht abnimmt; die Intensitätsabnahme des Lichtes wird durch die Ausbreitung der Teilchen hervorgebracht.

Die Vorstellung, daß Körper durch Linien elektrischer Kraft mit unsichtbaren Äthermassen verbunden sind, ist von weittragender Bedeutung für unsere Anschauungen über den Ursprung der Kraft und die Natur der potentiellen Energie. Nach den gewöhnlichen Methoden der Dynamik wird ein System als im Besitze einer nur von den Geschwindigkeiten seiner verschiedenen Bestandteile abhängigen kinetischen Energie betrachtet, und als im Besitze einer von der gegenseitigen Lage seiner Teile abhängigen potentiellen Energie. Die potentielle Energie kann von verschiedener Art sein; wir können potentielle Energie haben, die von der Schwerkraft herrührt, und potentielle Energie, die von gespannten Federn oder von elektrischen Systemen herrührt, und wir haben Regeln, nach denen wir den Wert dieser potentiellen Energie für jede beliebige Lage des Systems berechnen können. Wenn wir den Wert der potentiellen Energie kennen, so ermöglicht uns die unter dem Namen der „Lagrangeschen Gleichungen" bekannte Methode, das Verhalten des Systems zu bestimmen. Als ein Hilfsmittel für die Rechnung und die Forschung leistet diese Verwendung der potentiellen Energie wunderbare Dienste und ist kaum zu übertreffen; vom philosophischen Standpunkte aus betrachtet ist aber der Begriff der potentiellen Energie weit weniger befriedigend und steht auf einer ganz anderen Grundlage als der der kinetischen Energie. Wenn wir Energie als kinetische erkennen, so haben wir das Gefühl, eine Menge über sie zu wissen; wenn wir Energie als potentielle beschreiben, so fühlen wir, daß wir sehr wenig über sie wissen, und wenn sich auch einwenden läßt, daß vom praktischen Standpunkte aus dieses Wenige alles Wissenswerte ist, so befriedigt diese Antwort doch ein forschendes Ding, wie es der menschliche Geist nun einmal ist, keineswegs.

Wir wollen eine Analogie auf kommerziellem Gebiete betrachten und wollen die kinetische Energie mit Geld vergleichen, das tatsächlich

in der Kasse vorhanden ist, potentielle Energie aber mit Geld, das auf unserem Guthaben bei einer Bank steht, und wir wollen annehmen, die Verhältnisse lägen so, daß wenn jemand eine Doppelkrone aus seiner Tasche verliert, das Geld auf irgendeine ihm unbekannte Weise wieder angesammelt und zu seinen Gunsten auf irgendeiner Bank deponiert würde, von der er nicht weiß, wo sie liegt, und von der sie jederzeit ohne Verlust oder Gewinn wieder erhältlich wäre. Das Bewußtsein, daß dem so ist, könnte schon für alle Zwecke des Handelsverkehrs ausreichen, doch könnte man trotzdem kaum annehmen, daß selbst der nüchternste und geschäftsmäßigste Mann sich von Spekulationen darüber würde frei halten können, wo wohl sein Geld wäre, wenn es nicht in seiner Tasche ist, und daß er nicht immer suchen würde, das Geheimnis zu durchdringen, das den Übergang der Doppelkrone hin und her umhüllt. Nun, genau so steht es um den Physiker und den Begriff von den verschiedenen Formen der potentiellen Energie. Er fühlt, daß diese Vorstellung nicht einfach ist, und er legt sich die Frage vor, ob es notwendig ist, daß diese Energieformen überhaupt verschieden sind; kann nicht alle Energie von einer Art — kinetisch — sein? und kann nicht die Umwandlung kinetischer Energie in die verschiedenen Arten potentieller Energie einfach in der Übertragung kinetischer Energie aus einem Teile des Systems, das unsere Sinne beeinflußt, in einen anderen Teil bestehen, der dies nicht tut, so daß also das, was wir potentielle Energie nennen, in Wirklichkeit kinetische Energie von Teilen des Äthers wäre, die mit dem materiellen System in kinematischem Zusammenhang stehen. Ich darf dies an einem einfachen Beispiel erläutern: Angenommen, ich nehme einen Körper A und schleudere ihn in einer Gegend fort, wo keinerlei Kräfte auf ihn wirken. A wird sich gleichförmig in einer geraden Linie bewegen. Angenommen, ich befestige jetzt an A einen anderen Körper B durch eine starre Verbindung und schleudere A wieder fort. A wird sich jetzt nicht mehr in einer geraden Linie bewegen, und seine Geschwindigkeit wird nicht mehr gleichförmig sein; A kann im Gegenteil eine große Mannigfaltigkeit von Kurven beschreiben, Kreise, Trochoiden usw., und diese Kurven werden von der Masse und Geschwindigkeit von B beim Fortschleudern von A abhängen. Wenn nun B und seine Verbindung mit A unsichtbar wären, so daß wir nichts weiter wahrnehmen könnten als die Bewegung von A, so würden wir die Abweichung der Bahn von A von einer geraden Linie auf die Einwirkung einer Kraft und die Änderungen seiner kinetischen Energie auf Änderungen der potentiellen Energie von A bei seiner Bewegung von einem Ort zum andern zurückführen. Dieses Verfahren ist indessen das Ergebnis unserer Anschauungsweise, nach der wir A als das einzige Glied des betrachteten Systems ansehen, während A in Wirklichkeit nur ein Teil eines größeren Systems ist. Wenn wir das System als Ganzes betrachten, so sehen wir, daß es sich so verhält, als wenn es frei von der Wirkung äußerer Kräfte wäre, und daß seine kinetische Energie konstant bleibt; was wir bei unserer beschränkten Betrachtung als die potentielle Energie von A ansahen, erscheint bei der allgemeineren Betrachtung als die kinetische Energie des Systems B. Es ist jetzt viele Jahre her, seit ich nachgewiesen habe, daß die Wirkungen einer Kraft und das Vorhandensein potentieller Energie als auf der Verbindung des primären Systems mit sekundären Systemen beruhend angesehen werden können, und zwar ist die kinetische Energie dieser sekundären Systeme die potentielle Energie des primären Systems, und das gesamte System hat keine weitere Energie als die kinetische Energie seiner Bestandteile. Eine ähnliche Anschauung bildet die Grundlage des Systems der Mechanik von Hertz.

Wir wollen ein oder zwei einfache mechanische Systeme betrachten, in denen die Bewegung von Materie, die mit dem System verbunden ist, dieselbe Wirkung hervorbringt wie eine Kraft. In Figur 1 sollen A und B zwei

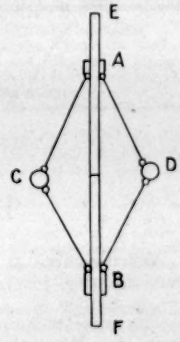


Fig. 1.

Körper sein, die an Röhren befestigt sind, die senkrecht an dem Stabe EF auf und nieder gleiten können. Zwei Kugeln C und D sollen mit A und B durch Stangen verbunden sein, die bei A und B gelenkt sind. Wenn dann die Kugeln um den Stab EF rotieren, so werden sie auseinander zu fliegen suchen, und in dem Maße, wie sie sich weiter von dem Stabe entfernen, müssen sich ihre Verbindungspunkte

mit A und B einander nähern; A und B werden also streben, sich aufeinander zu zu bewegen, das heißt, sie werden sich verhalten, als ob zwischen ihnen eine Anziehungskraft wirksam wäre; die Geschwindigkeiten von A und B, und somit ihre kinetische Energie, werden sich von einem Zeitpunkt zum andern ändern; die kinetische Energie, welche A und B verloren haben, wird tatsächlich zur Erhöhung der kinetischen Energie der Kugeln auf diese übergegangen sein. Wenn das rotierende System C und D unsichtbar gewesen wäre, so würden wir das Verhalten des Systems durch eine Anziehungskraft mit entsprechender potentieller Energie zwischen A und B erklärt haben. Das kommt daher, daß wir A und B als ein vollständiges System auffassen würden, während es in Wirklichkeit ein Teil eines größeren Systems ist; und wenn wir das vollständige System betrachten, so sehen wir, daß es sich so verhält, als wenn keine Kräfte auf es wirkten, und es keine andere Energie besäße als kinetische.

Es mag vielleicht von Interesse sein, zu erwähnen, daß wir in ähnlicher Weise den Anschein erwecken können, als ob zwei Körper einander mit einer Kraft anzögen, die sich umgekehrt wie das Quadrat ihres gegenseitigen Abstandes ändert. Es mögen in Figur 2 A und B die Körper sein, und wir wollen annehmen,

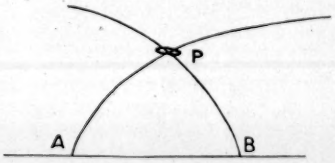


Fig. 2.

daß an ihnen parabolische massenlose Drähte befestigt sind; wenn diese Drähte durch einen Ring P mit einer kleinen aber endlichen Masse gezogen werden und man das System um A und B rotieren läßt, so wird das Bestreben des Ringes, sich von der Drehungsachse zu entfernen, A und B veranlassen, sich einander zu nähern, und es läßt sich leicht zeigen, daß das Gesetz dieser Annäherung dasselbe ist, als wenn zwischen ihnen eine Kraft bestände, die sich umgekehrt wie das Quadrat der Entfernung änderte.

Das weiter oben erwähnte Ergebnis, daß die potentielle Energie eines elektrisch geladenen Systems gleich ist der kinetischen Energie der an das System gebundenen Masse des Äthers, wenn es sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegt, ist ein weiteres Beispiel potentieller Energie, die in Wirklichkeit die kinetische Energie eines vergesellschafteten Systems ist, und in der Tat führte uns, wie ich mich bemüht habe, Ihnen heute vor Augen zu führen, das Studium der Probleme, die uns durch die neueren Forschungen gestellt werden, zu dem Schlusse, daß gewöhnliche materielle Systeme mit unsichtbaren Systemen verbunden sein müssen, welche Masse besitzen, sobald die materiellen Systeme elektrische Ladungen enthalten. Betrachten wir alle Materie so, als genüge sie dieser Bedingung, so werden wir zu dem Schlusse geführt, daß das unsichtbare Universum — der Äther — zum großen Teile die Werkstatt des materiellen Universums ist, und daß die Naturerscheinungen, wie wir sie sehen, Gebilde sind, die auf den Webstühlen dieses unsichtbaren Universums gewebt sind.

(Aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 11. Mai 1908.)

BESPRECHUNGEN.

J. J. C. Müller, Wärmelehre. 8. VI u. 194 S. mit 86 Figuren. Leipzig, Joh. Ambr. Barth. 1907. M. 4.—, gebunden M. 4.80.

Das Buch ist im wesentlichen eine theoretische Behandlung der Wärmelehre, die als Ergänzung zu einer Experimentalvorlesung gedacht ist und als Einleitung zum Studium größerer Werke dienen soll. Es ist in erster Linie für Techniker bestimmt. Daraus erklärt sich die vielfache Bezugnahme auf Fragen der Technik und die Anführung von Beispielen aus praktischen Verhältnissen. Dies gereicht sicher auch bei Benutzung durch Nichttechniker dem Buche zum Vorteil. H. Kochan.

Siegfried Herzog, Elektromechanische Anwendungen. Mit 700 Abbildungen. XII u. 415 S. Lex.-8. Leipzig, Johann Ambrosius Barth. 1907. M. 20,—, geb. M. 21,—

Da der Zweck und der Gegenstand dieses Buches aus dem Titel nicht ohne weiteres klar ersichtlich werden, möge der Verf. selbst dazu das Wort nehmen: „Unter ‚Elektromechanische Anwendungen' sind im weiteren Sinne des Wortes Maschinen verstanden, welche durch Verbindung von Elektromotoren mit Arbeitsmaschinen mittels Übertragungsmechanismen gebildet werden. Im engeren Sinne des Wortes sind gemeint jene Verbindungen zwischen Motor und Arbeitsmaschine, bei welchen beide Ma-

schinen zusammen gewissermaßen eine einzige Maschineneinheit, einen einzigen konstruktiven Organismus bilden. Zu ersteren zählen die mittels Riemen, Ketten und Seilen elektrisch betriebenen Arbeitsmaschinen, zu letzteren jene, bei welchen starre Übertragungsmittel zwischen Elektromotor und Arbeitsmaschine in Anwendung kommen, wie gemeinsame Wellen für den Läufer des Motors und die Arbeitsmaschine, Kuppelungen, Zahnräder, Schneckengetriebe, Reibungsräder. — Fast auf allen maschinellen Gebieten, zuletzt im Hütten- und Schiffsbetrieb, haben die ‚Elektromechanischen Anwendungen' mit Erfolg Eingang gefunden, um immer weiter an Verbreitung zu gewinnen. Über die hierbei in Betracht kommenden Grundlagen, Konstruktionsbedingungen, Konstruktionsarten und -formen, Betriebsarten und -erfahrungen soll diese Arbeit Auskunft geben, dem Konstrukteur des mechanischen, wie jenem des elektrischen Teiles Vorbilder von bewährten Ausführungen bieten, dem Fabrikanten zeigen, wie da und dort durch ‚Elektromechanische Anwendungen' vieles im Betriebe vereinfacht und ökonomischer gestaltet werden kann." — Der Verfasser hat es verstanden, den ungeheuren Stoff übersichtlich zu ordnen. Selbstverständlich konnte nur eine gewisse Auswahl geboten werden, und diese Auswahl scheint mir in sehr zweckmäßiger Weise getroffen worden zu sein. Die Darstellung ist bei aller Knappheit — eine solche ist schon durch den Umfang des Stoffes geboten — klar und frei von Trockenheit. Bei den Abbildungen, mit denen das Buch in geradezu verschwenderischer Fülle ausgestattet worden ist, — man denke, 700 Abbildungen auf etwa 400 Textseiten! — hat Verfasser auf Konstruktionszeichnungen den Hauptwert gelegt, diese aber in ihrer Wirkung durch Hinzufügung photographischer Darstellungen — namentlich dort, „wo es sich darum handelte, die gute Idee der Kombination zwischen Elektromotor und Arbeitsmaschine zu kennzeichnen" — in glücklichster Weise ergänzt. — Dem Verfasser, der sich der ungeheuren Mühe unterzogen hat, den gewaltigen Stoff zu sammeln, zu sichten und zu ordnen, wie der Verlagsfirma, welche sich die vorzügliche Ausstattung des Buches hat angelegen sein lassen, gebührt gleichermaßen Dank und Anerkennung. Möge das Publikum sie ihnen dadurch erweisen, daß es das baldige Erscheinen einer zweiten Auflage zur Notwendigkeit werden läßt! Oder kauft der Deutsche noch immer keine Bücher? — Max Iklé.

Berichtigungen.

Berichtigungen zu der Übersetzung eines Vortrags von W. H. Julius: „Energietransport in der Elektronenwelt". Diese Zeitschr. **9**, 469—480, 1908.

S. 469, Sp. 1, Z. 6 v. o. Statt: Wissenschaft lese man: Gemeinschaft.

S. 469, Sp. 1, Z. 7 v. o. Statt: könnten, lese man: konnten.

S. 469, Sp. 2, Z. 14 v. u. Statt: die ihren, lese man: das seinen.

S. 470, Sp. 1, Z. 27 v. o. Statt: als einen sehr kleinen Teil des gewöhnlich kugelförmig gedachten Raumes, lese man: als einen sehr kleinen, gewöhnlich kugelförmig gedachten, Teil des Raumes.

S. 470, Sp. 2, Z. 11 v. o. Statt: Wir haben die Absicht, uns mehr mit der Beschreibung der Erscheinungen zu beschäftigen, lese man: Wir haben uns mit demselben, bei der Beschreibung der Erscheinungen, weit mehr zu beschäftigen.

S. 471, Sp. 1, Z. 2 v. u. Statt: so ist diese Methode nichts anderes als eine Rückkehr, lese man: so ist dieses Verfahren etwas anderes als eine bloße Rückkehr.

S. 471, Sp. 2, Z. 7 v. o. Statt: seine Bausteine ließen die Fabrikmarke der induktiven Wissenschaft vermissen, lese man: seine Bausteine entbehrten der Fabrikmarke der induktiven Wissenschaft.

S. 471, Sp. 2, Z. 26 v. u. Statt: 1000, lese: 100.

S. 472, Sp. 2, Z. 10 v. o. Statt: Jede Abänderung des Bewegungszustandes des Elektrons hat eine Energieausstrahlung zur Folge, d. h. eine Veränderung der Richtung sowohl als der Geschwindigkeit, lese man: Jede Abänderung des Bewegungszustandes des Elektrons, d. h. eine Veränderung der Richtung sowohl als der Geschwindigkeit, hat eine Energieausstrahlung zur Folge.

S. 473, Sp. 1, Z. 28 v. o. Statt: Aus dieser Größe der bekannten Ladung, lese man: Aus dieser Größe, der bekannten Ladung.

S. 473, Sp. 1, Z. 14 v. u. Statt: fortzuschnellenden, lese man: dahineilenden.

S. 473, Sp. 1, Z. 12 v. u. Statt: X-Strahlung, lese man: Strahlung.

ibid. Statt: In jedem Falle, lese man: Jedenfalls.

S. 473, Sp. 1, Z. 5 v. u. Statt: d. h., lese man: und.

S. 473, Sp. 1, Z. 2 v. u. Statt: würde die Summe, lese man: würde also die Summe.

S. 473, Sp. 2, Z. 6 v. o. Statt: eine gewisse Absorption, lese man: ein Gewinn durch Absorption.

S. 473, Sp. 2, Z. 27 v. u. Statt: Strahlen ist, lese man: Strahlen isochron ist.

S. 473, Sp. 2, Z. 23 v. u. Statt: sitzt dann sozusagen nur auf den Resonatoren, lese man, wird dann sozusagen nur von den Resonatoren eingefangen.

S. 473, Sp. 2, Z. 2 v. u. Statt: die Energie durch Strahlung erhöht wird, und daher alle Energiebewegungen, lese man: die Energie durch Strahlung erhöht wurde, und daher alle Bewegungen.

S. 474, Sp. 1, Z. 19 v. u. Statt: Wenn das, lese man: Wenn also das.

S. 474, Sp. 2, Z. 21 v. o. Statt: Die Stoffe senden unabhängig von ihrer Natur Strahlen aus, lese man: Die Stoffe senden, je nach ihrer Natur, verschiedene Strahlen aus.

S. 474, Sp. 2, Z. 26 v. u. Statt: herrschen kann, ganz unabhängig, lese man: herrschen muß, abhängig.

S. 476, Sp. 1, Z. 22 und 17 v. u. Statt: Kubikzentimeter, lese man: Quadratzentimeter.

S. 477, Sp. 1, Z. 30 v. o. Statt: δ steht, lese man: besteht.

S. 478, Sp. 1, Z. 29 v. o. Statt: absorbierenden, lese man: absorbierten.

S. 479, Sp. 2, Z. 18 v. u. Statt: Stadium, lese man: Studium.

S. 480, Sp. 1, Z. 6 v. o. Statt: physikalische, lese man: philosophische.

Tagesereignisse.

Die Königliche Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen veröffentlicht jetzt die Bedingungen, unter denen ein Preis von 100000 Mark für die Lösung des großen Fermatschen Satzes ausgesetzt wurde. Nach der von der Gesellschaft erlassenen Bekanntmachung bemerkt Dr. Paul Wolfskehl in Darmstadt in seinem Testament, daß Fermat mutatis mutandis die Behauptung aufgestellt hat, daß die Gleichung $X^\lambda + Y^\lambda = Z^\lambda$ durch ganze Zahlen unlösbar ist für alle diejenigen Exponenten λ, welche ungerade Primzahlen sind. Dieser Fermatsche Satz ist entweder im Sinne Fermats allgemein oder in Ergänzung der Untersuchungen von Kummer

für alle die Exponenten λ zu beweisen, in denen er überhaupt Geltung hat.

Die Aussetzung des Preises erfolgt unter folgenden Bedingungen: Die Gesellschaft der Wissenschaften entscheidet frei darüber, wem der Preis zuzuerkennen ist. Sie lehnt die Annahme jeder Manuskriptsendung ab, die auf die Bewerbung um den Preis für den Fermatschen Satz Bezug hat; sie berücksichtigt für die Preiszuteilung lediglich solche mathematische Abhandlungen, die in periodischen Zeitschriften, als Monographien oder in Buchform im Buchhandel käuflich erschienen sind. Außer Betracht bleiben für die Verleihung des Preises solche Arbeiten, die in einer Sprache gedruckt sind, welche den zur Beurteilung der Arbeit berufenen Fachgelehrten unverständlich ist. An die Stelle solcher Arbeiten können vom Verfasser als richtig anerkannte Übersetzungen treten. Die Gesellschaft lehnt alle Verantwortlichkeit für eine Nichtberücksichtigung von Arbeiten ab, die nicht zu ihrer Kenntnis gelangt sind, desgleichen für alle Irrtümer, die daraus entspringen könnten, daß der wirkliche Verfasser der Arbeit oder eines Teiles davon als solcher der Gesellschaft unbekannt geblieben ist. Sie behält sich für den Fall, daß an der Lösung der Aufgabe mehrere Personen beteiligt sind, oder die Lösung durch die Arbeiten mehrerer Gelehrter herbeigeführt worden ist, freieste Entscheidung, insbesondere auch die Teilung des Preises nach ihrem Ermessen vor.

Die Zuerkennung des Preises durch die Gesellschaft erfolgt frühestens zwei Jahre nach der Veröffentlichung der zu krönenden Abhandlung. Es soll innerhalb dieses Zeitraumes deutschen und ausländischen Mathematikern Gelegenheit geboten werden, über die Richtigkeit der durch die Veröffentlichung bekannt gewordenen Lösung sich zu äußern. Ist der Preis durch die Gesellschaft zuerkannt, so wird davon den Berechtigten Mitteilung gemacht. Die Zuerkennung des Preises durch die Gesellschaft ist unanfechtbar. Die Auszahlung erfolgt innerhalb dreier Monate nach der Zuerkennung durch die Universitätskasse zu Göttingen. Falls der Preis bis zum 13. September 2007 nicht zuerkannt ist, können Ansprüche auf ihn nicht mehr erhoben werden.

(Göttinger Nachrichten.)

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Gießen Dr. Erich Beschke und Dr. Otto Keller (früher in Marburg) für Chemie, Dr. K. Noack für Physik; an der Technischen Hochschule in München Dr. August Schmauß für Physik der Atmosphäre, an der Technischen Hochschule in Berlin Dr. Bruno Glatzel für Physik, an der Technischen Hochschule München Dr. Martin Näbauer für Geodäsie, an der Hochschule für Bodenkultur in Wien Dr. M. J. Striter für Chemie.

Berufen: Geh. Hofrat Professor F. Schur an der Technischen Hochschule Karlsruhe zum ord. Professor der Mathematik an der Universität Straßburg, der technische Leiter der Filiale der Badischen Anilin- und Sodafabrik in Neuveville Dr. Maurice Ceresole zum Prof. der technischen Chemie am Polytechnikum Zürich, der o. Professor an der Universität Zürich Dr. Heinrich Burkhardt zum ord. Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule München, der bisherige Redakteur der Zeitschrift für Elektrochemie Dr. H. Danneel in das Konsortium für elektrochemische Industrie in Nürnberg.

Ernannt: Der Mitarbeiter an der Physikalisch-technischen Reichsanstalt in Berlin Dr. Rudolf Rothe zum etatsmäßigen Professor der Physik an der Bergakademie zu Klausthal, Professor Dr. W. A. Walker zum Leiter des neuen Laboratoriums für angewandte Chemie am Institut für Technologie in Boston, H. L. Smith zum Lehrer der angewandten Chemie an der Universität London, Dr. H. L. Wheeler zum Professor der organischen Chemie an der Yale-Universität in New Haven, Dr. C. C. Parry, C. W. Bates und C. D. Cooksey zu Dozenten der Physik ebenda, zu Assistent-Professoren an der Universität Wisconsin Dr. W. L. Koelker (Chemie), Dr. O. P. Watts (chemisches Ingenieurwesen), Dr. J. H. Mathews (Physikalische Chemie), der a. o. Professor für Astronomie an der Universität Berlin, Dr. Fr. Ristenpart zum ord. Professor der Astronomie und Direktor der Sternwarte in Santiago de Chile, Dr. Heinrich Moritz zum Direktor der Sternwarte in Rio de Janeiro, Professor Dr. James Walker in Dundee zum Professor der Chemie an der Universität Edinburg, der Privatdozent an der böhmischen Universität Prag (früher an der Technischen Hochschule Darmstadt), Dr. Gottlieb Kučera zum etatsmäßigen a. o. Professor für Experimentalphysik an derselben Universität.

Verliehen: Dem Privatdozenten für Chemie an der Universität Halle Dr. E. Erdmann der Titel Professor.

Gestorben: Der Professor der Physik am Holloway College und Sekretär der London Physical Society Dr. W. R. Cassie, der Professor der Chemie an der Universität Tomsk E. V. Werner, der Direktor der Sternwarte in Rio de Janeiro Dr. Luiz Cruls, der Observator am Institut für luftelektrische Forschungen in Göttingen Dr. Karl Zoeppritz, der Chemiker Dr. G. C. Taylor in Oklahama City.

Gesuche.

Beim **Kaiserlichen Torpedoversuchskommando** in **Kiel** ist die Stelle eines zweiten

Physikers

als remuneratorisch beschäftigter wissenschaftlicher Hilfsarbeiter für **drahtlose Telegraphie** zum 1. Oktober d. J. zu besetzen. Die Anstellung erfolgt auf 3monatige Kündigung. Die Remuneration beginnt mit jährlich 3000 M. und steigt in Jahresstufen von 200 M. bis auf 4000 Mark. Promovierte Physiker oder Diplomingenieure mit guter physikalischer Ausbildung wollen ihre Bewerbungen mit Lebenslauf, Leumundszeugnis, genauen Angaben über Bildungsgang und etwaige praktische Tätigkeit, Zeugnisabschriften und Angabe des Militärverhältnisses bis 15. August an das **Kaiserliche Torpedoversuchskommando** in **Kiel** einreichen. Es können nur Bewerber berücksichtigt werden, die bereits Erfahrungen auf dem Gebiete der drahtlosen Telegraphie besitzen.

Dr. phil., Physiker

sucht Stellung als Assistent an physikalischem Institut. Zuschriften unter **E. R. 10** an die Exped. dieser Zeitschrift erbeten.

Zur Mitarbeit bei einer größeren wissenschaftlichen Unternehmung wird ein

Physiker

gesucht, der zu selbständiger wissenschaftlicher Forschung befähigt ist. Remuneration jährlich 1200 M. Meldungen sind an die Redaktion dieser Zeitschrift unter **S. H. # 276** einzusenden, zugleich mit einem Berichte über die bisherige wissenschaftliche Tätigkeit des Bewerbers.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Emil Bose in Oliva bei Danzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.